

# Le onde gravitazionali

dalle teorie sulla gravità  
alla rivelazione di **GW150914**

Sergio Frasca

# Di cosa parleremo

- \* Come si sono evolute le teorie sulla gravità
- \* La Relatività Generale
- \* Le onde gravitazionali e i buchi neri
- \* Che cosa è stato rivelato il 14 Settembre 2015
- \* Attuali prospettive nella ricerca delle onde gravitazionali

# La Gravità



Una delle prime esperienze che facciamo è che gli oggetti, se lasciati, cadono. La causa di ciò è la **gravità**, o forza di gravità; la parola deriva dal latino *gravis* che significa pesante.

La Fisica di oggi identifica la forza di gravità come una delle quattro interazioni fondamentali.

Lo studio della gravità ha segnato lo sviluppo della scienza, sia dal punto di vista teorico che sperimentale. E ci ha dato varie **sorprese** cioè cose inaspettate, fuori dalla nostra intuizione.

# Aristotele

l'inventore della parola **Fisica** (**Φυσική** «le cose naturali»)

- \* Secondo la teoria della gravità di Aristotele ogni corpo si muove verso il proprio luogo naturale. Per certi oggetti il luogo naturale sarebbe il centro della Terra, per questo essi si muovono in quella direzione. Per altri oggetti, quali i gas, il luogo naturale sarebbero le sfere celesti: il vapore, ad esempio, tende ad allontanarsi dal centro della Terra dirigendosi verso lo Spazio e la Luna.
- \* **La velocità di questo movimento è proporzionale alla massa dell'oggetto che si muove.**

# Galileo e la scienza sperimentale (fine 500 – inizio 600)

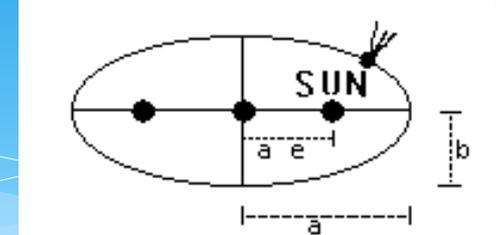
## Prima Sorpresa

- \* Il giovane Galileo, studente di medicina con interessi matematici, osservando le oscillazioni di una lampada, scoprì l'isocronismo delle piccole oscillazioni del pendolo, indipendenti dalla massa e dall'ampiezza.
- \* Successivamente, da giovane professore di matematica dell'università di Pisa, scoprì che **due corpi di massa diversa, lasciati cadere dalla stessa altezza, giungevano a terra nello stesso tempo**, smentendo così Aristotele. In realtà già altri avevano fatto esperimenti in tal senso: per esempio Giovanni Filopono (nel VI sec.) e Simone Stevino (alcuni anni prima di Galileo).
- \* **Questi esperimenti sono la base del principio di equivalenza introdotto da Einstein.**

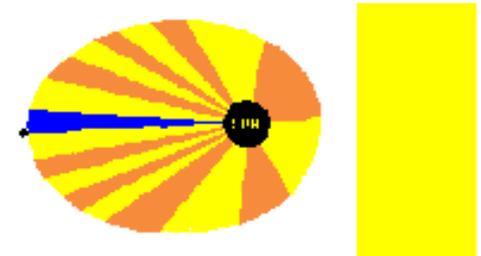


Fig. 2. Galileo's experiment in Pisa.

# Le leggi di Keplero



- \* I pianeti compiono orbite ellittiche di cui il Sole occupa uno dei fuochi
- \* La congiungente il Sole e un pianeta spazza aree uguali in tempi uguali
- \* Il rapporto tra il cubo del semiasse maggiore dell'orbita di ciascun pianeta e il quadrato del periodo orbitale, per un dato sistema, è una costante



Pianeta	P (anni)	a (AU)	T <sup>2</sup>	R <sup>3</sup>
Mercurio	0.24	0.39	0.06	0.06
Venere	0.62	0.72	0.39	0.37
Terra	1	1	1	1
Marte	1.88	1.52	3.53	3.51
Giove	11.9	5.2	142	141
Saturno	29.5	9.54	870	868

# Newton e la legge di gravitazione universale

(fine del 600)

- \* Newton, sviluppando il calcolo infinitesimale, trovò che a partire dalle leggi di Keplero si dimostrava che la forza di attrazione tra i corpi celesti era inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra di essi.
- \* Ma la sua più grande intuizione fu il supporre che questa forza fosse la stessa che faceva cadere gli oggetti sulla Terra ed essa si esercitava tra tutti i corpi, proporzionalmente alla loro massa. La chiamò **forza di gravitazione universale**:

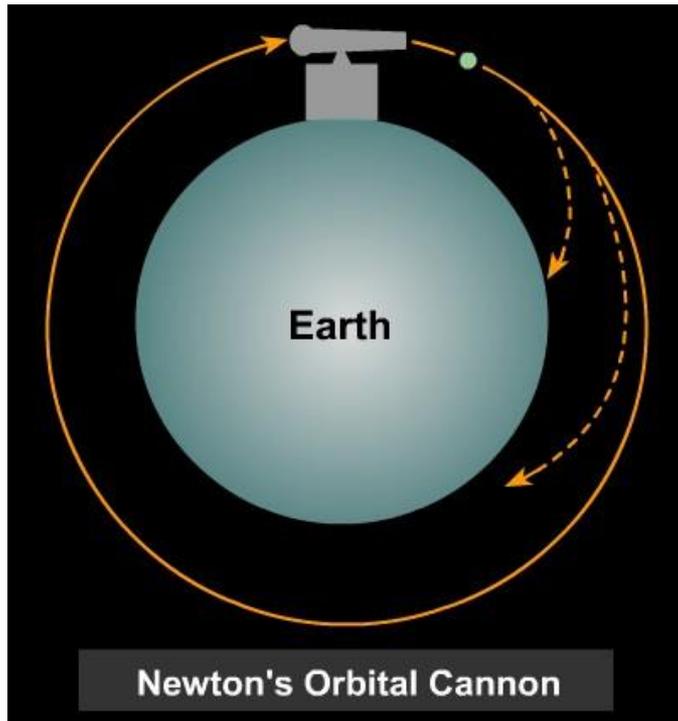
**Seconda Sorpresa**

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Secondo Newton la misura di **G** era al di fuori della portata umana

# Newton e la mela

## qualche considerazione



- L'idea base di Newton è rappresentata in figura: il punto di caduta della palla di cannone si allontana sempre più con l'aumentare della velocità iniziale, finché compie un'orbita completa.
- L'unificazione di due forze prima ritenute diverse è tendenza costante della Fisica. Newton dimostrò che le stesse leggi che governano i corpi celesti, governano la materia terrestre, con cui è fatto anche il nostro corpo.
- Analogamente padre Angelo Secchi, nell'800, dimostrò che la stessa analisi spettroscopica che si faceva sugli elementi chimici sulla Terra, poteva farsi sulla luce proveniente dal Sole e dalle stelle.

# Newton, la mela e la luna qualche calcolo



La mela cade sulla Terra con accelerazione

$$g = 9.8 \text{ m} / \text{s}^2$$

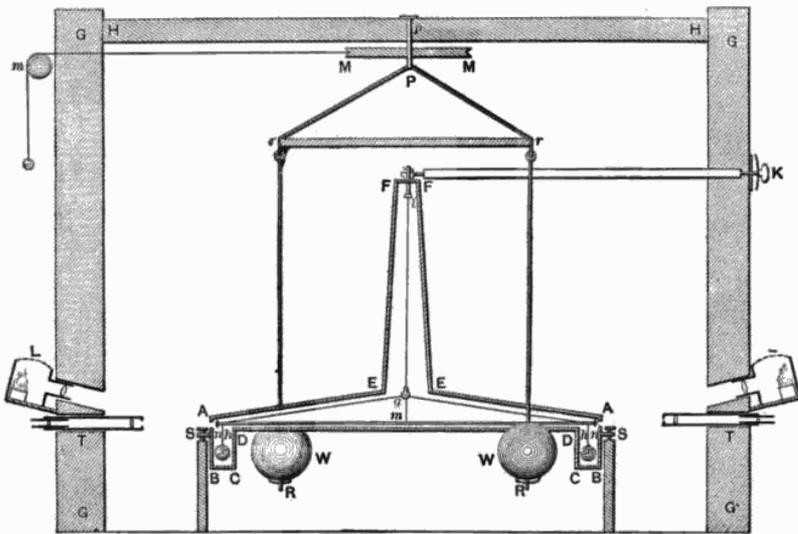
La Luna “cade” verso la Terra con accelerazione

$$g_L = 0.0027 \text{ m} / \text{s}^2$$

Il rapporto tra le due è circa 3640, pari al quadrato del rapporto delle distanze dal centro della Terra dalla Luna e dalla mela (in km,  $384000/6380 = 60.3$ )

$$g_L = \left( \frac{2\pi}{T_L} \right)^2 \cdot d_L \approx 0.00272 \text{ m} / \text{s}^2$$

# Cavendish (e Michell) e la misura di G (fine del 700)



- Come si attraggono gli astri, così avviene per gli oggetti terrestri.
- Il primo che fece un esperimento del genere fu Cavendish, utilizzando la bilancia di torsione, strumento inventato per tale scopo da John Michell.
- Egli quindi misurò il coefficiente G della formula di Newton e quindi la massa della Terra.
- **John Michell è anche noto per essere stato il primo a supporre l'esistenza dei buchi neri.**

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg \ s^2}$$

Massa della Terra  $\approx 6.7 \cdot 10^{24}$  kg    densità  $\approx 5.5$  g/cm<sup>3</sup>

# Laplace, Le Verrier e la perfezione del metodo analitico



- \* L'analisi matematica applicata ai principi posti da Newton si sviluppò enormemente per tutto il XVIII e XIX secolo.
- \* Un esempio della raffinatezza delle previsioni che questa teoria era in grado di fare è la scoperta del pianeta Nettuno, la cui esistenza e posizione fu prevista da Le Verrier e altri (anni 40 dell'ottocento).

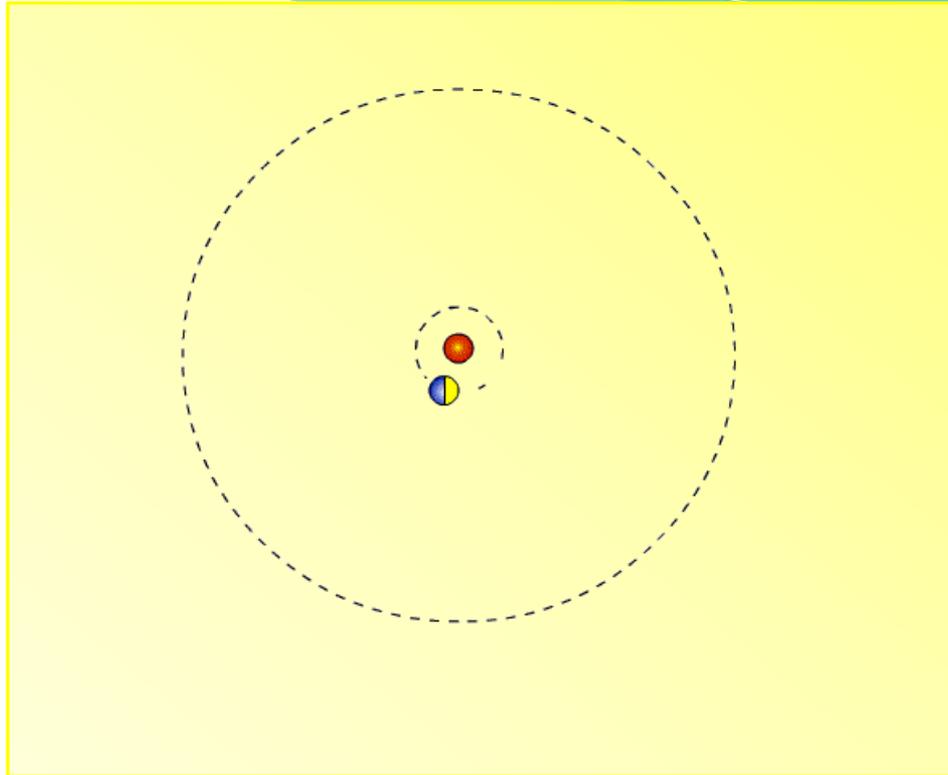
# La precessione del perielio di Mercurio

Le Verrier trovò anomalie nel moto del pianeta Mercurio, il cui perielio, che, a causa del disturbo degli altri pianeti, dovrebbe ruotare di 531 secondi d'arco al secolo (circa 0.15 gradi, un giro completo in circa 24000 anni), in realtà ruota di 574 secondi d'arco al secolo (circa 0.16 gradi).

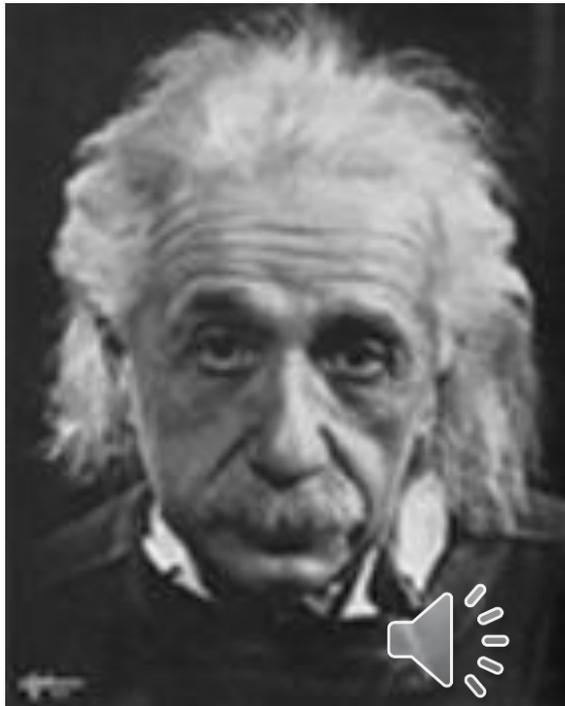
Questa differenza di 0.01 gradi al secolo era l'unico "errore" della teoria di Newton trovato fino a cento anni fa. *(0.01 gradi è al di sotto dell'acutezza visiva umana)*

**Per "correggere" questo errore scese in campo Albert Einstein.**

# La precessione del perielio di Mercurio



# Einstein, la Relatività Ristretta e la Relatività Generale



**Albert Einstein nacque a Ulm in Germania nel 1879 e morì a Princeton nel 1955.**

**Nel 1905 fece tre lavori teorici che rivoluzionarono la Fisica:**

- a) trovò le leggi che legavano il moto browniano e la diffusione alle dimensioni delle molecole,**
- b) dette la spiegazione teorica dell'effetto fotoelettrico, prima conferma dell'ipotesi di Planck sui quanti (che gli valse il premio Nobel nel 1921),**
- c) propose la teoria della relatività ristretta (o speciale), in cui introdusse nuove nozioni di spazio e tempo, non più assoluti. In questo ambito, tra l'altro, formulò la famosa equazione  $E = m c^2$ .**

**Nel 1916 formulò la Teoria della Relatività Generale.**

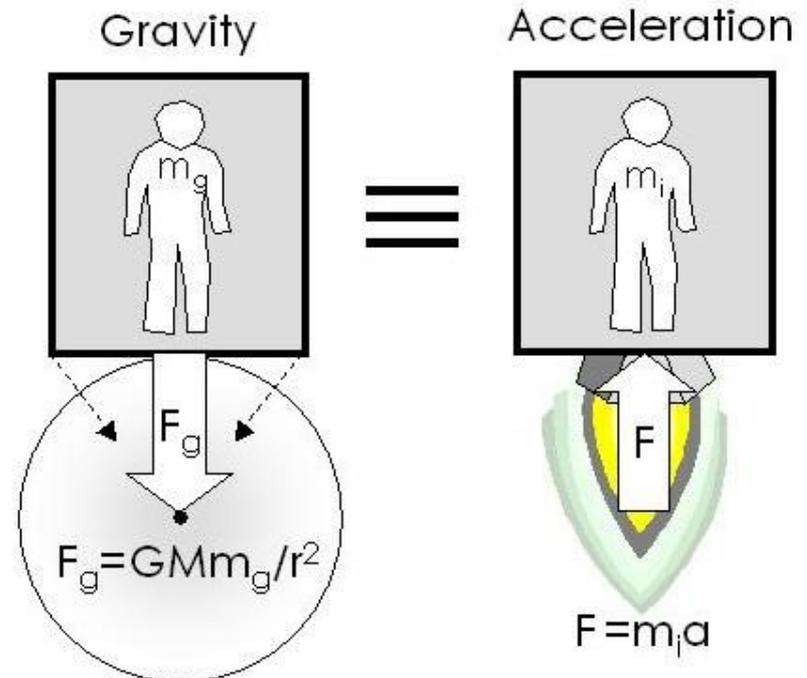
# Dalla relatività ristretta alla relatività generale

La relatività ristretta si basava sul principio della costanza della velocità della luce, indipendentemente dal sistema di riferimento inerziale considerato.

Per generalizzare la teoria a sistemi non inerziali, Einstein si rese conto che occorre considerare la gravità. La chiave di ciò è **il principio di equivalenza**.

Ci sono due modi di enunciarlo:

- La massa inerziale e la massa gravitazionale sono proporzionali
- Esiste sempre un sistema di riferimento (accelerato) in cui gli effetti del campo gravitazionale sono nulli.



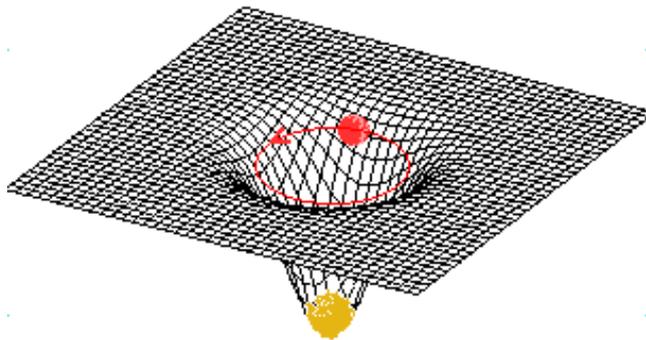
# Einstein e la Relatività Generale

## nuova teoria della gravitazione

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Descrive la curvatura  
dello spazio

Descrive le  
masse nello  
spazio



La Relatività Generale è la teoria einsteiniana della gravitazione. La base è il principio di equivalenza. J.A.Wheeler dette la seguente definizione della Teoria della Relatività Generale:

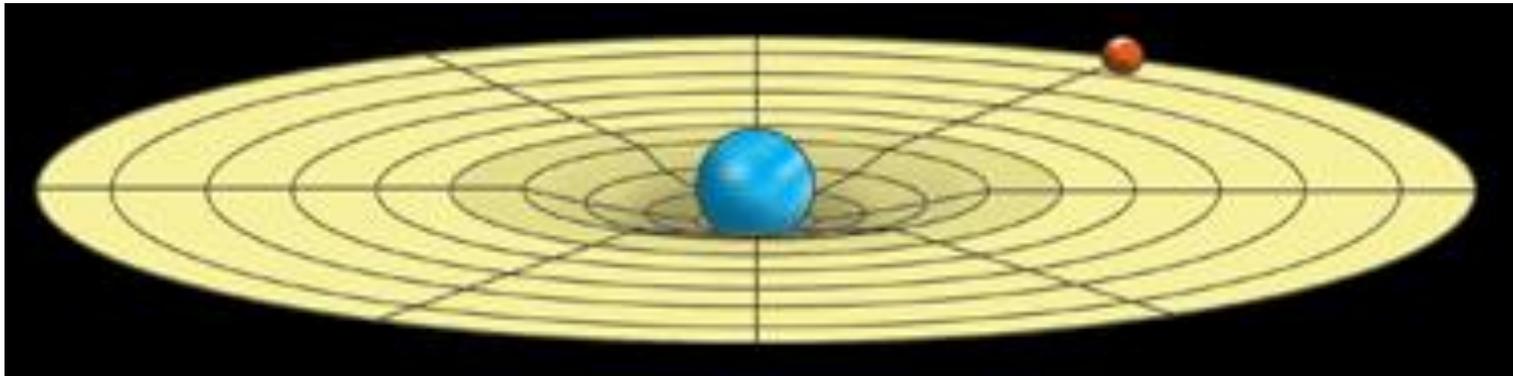
***La materia dice allo spazio-tempo come curvarsi, lo spazio-tempo dice alla materia come muoversi.***

Cioè il campo gravitazionale di un corpo incurva lo spazio-tempo, le traiettorie di un corpo in un campo gravitazionale sono **geodetiche** dello spazio-tempo curvo. In altre parole la presenza di massa modifica la “geometria” dello spazio-tempo e nello spazio-tempo curvo il principio d’inerzia diventa il moto in un campo gravitazionale.

La teoria della R.G. ingloba la teoria di Newton, valida in buona approssimazione quasi sempre.

# La gravitazione per Einstein

## Terza Sorpresa

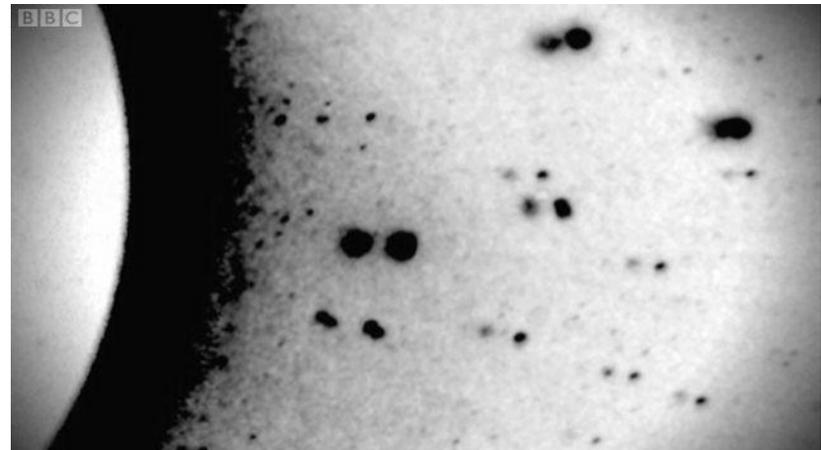
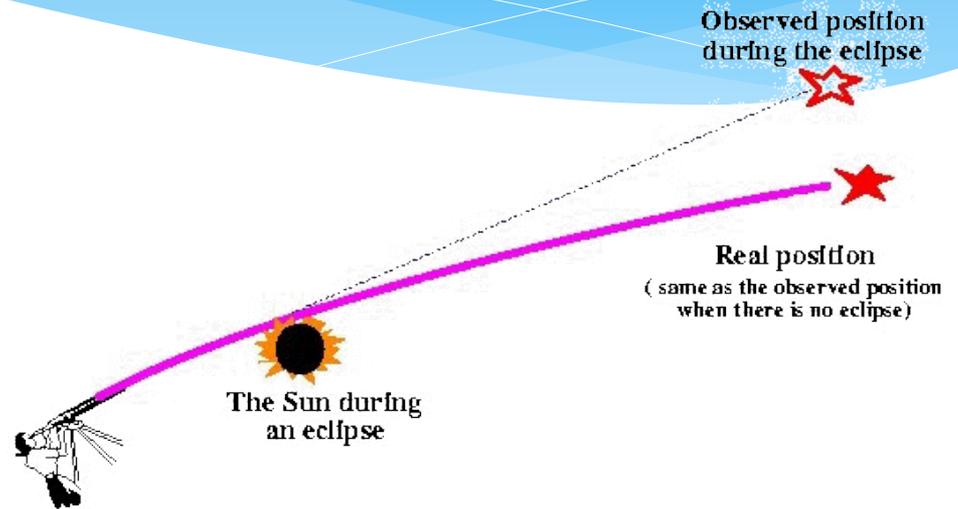


Nella teoria di Einstein **non c'è più la forza di gravità**, che eserciterebbe una «strana» azione a distanza, ma i corpi interagiscono localmente con la curvatura dello spazio-tempo. L'effetto è analogo a quello di una accelerazione (principio di equivalenza).

# La prima verifica sperimentale della relatività generale



Arthur Eddington, durante una eclissi solare nel 1919, verificò la deviazione dei raggi di luce previsti dalla relatività generale.



# Sviluppi della Relatività Generale

**Tante altre Sorprese**

- \* La curvatura dei raggi luminosi
- \* Il red shift gravitazionale (spostamento verso il rosso delle linee spettrali) e quindi il rallentamento del tempo vicino a una grande massa
- \* I buchi neri
- \* La cosmologia del Big Bang
- \* Le onde gravitazionali

# I buchi neri

o black holes (J.A.Wheeler da Ann Ewing)



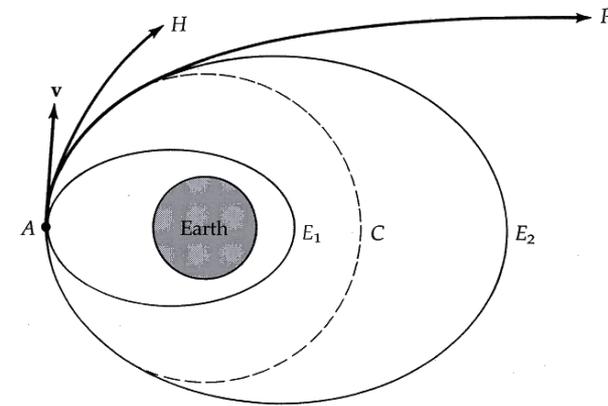
La velocità di fuga è definita come la velocità che occorre abbia un corpo per sfuggire alla forza gravitazionale di un astro. Essa è

$$v_F = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Per la Terra, alla sua superficie,  $v_F$  è 11.2 km/s.

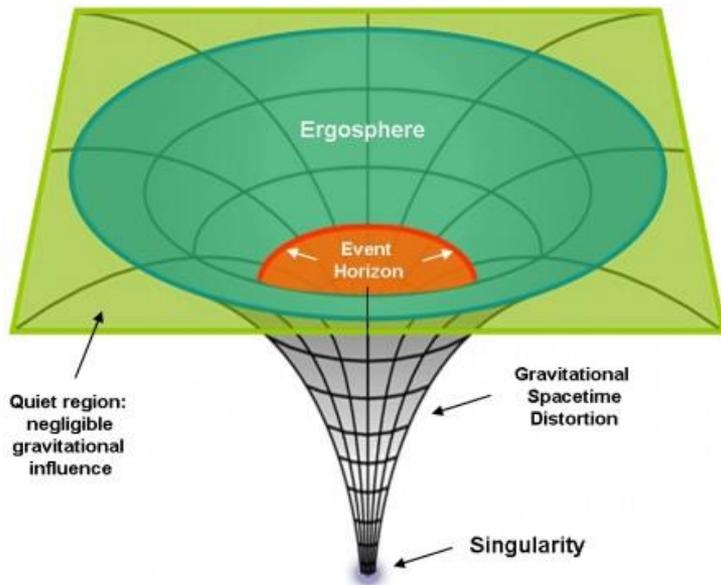
Se si comprime la stessa massa  $M$  in una sfera di raggio inferiore,  $v_F$  aumenta. Il valore del raggio per cui la velocità di fuga è la velocità della luce è detto raggio di Schwarzschild

$$r_S = \frac{2GM}{c^2}$$



# Black hole e orizzonte degli eventi

Black Hole Regions



Il raggio di Schwarzschild definisce una superficie sferica denominata **orizzonte degli eventi (O.d.E.)** che non può essere oltrepassata da nessuna particella interna.

Corpi esterni possono cadere nel B.H. e quindi nella **singolarità** centrale, ma se osserviamo da fuori un corpo che cade in un B.H., non lo vedremo mai superare l'O.d.E. a causa della dilatazione temporale, che diventa infinita all'O.d.E. .

Un B.H. non ha altre caratteristiche se non massa, carica e momento angolare.

Possiamo estrarre energia (rotazionale) da un black hole rotante.

# Evoluzione stellare

## Fasi principali dell'evoluzione stellare



# Le onde gravitazionali

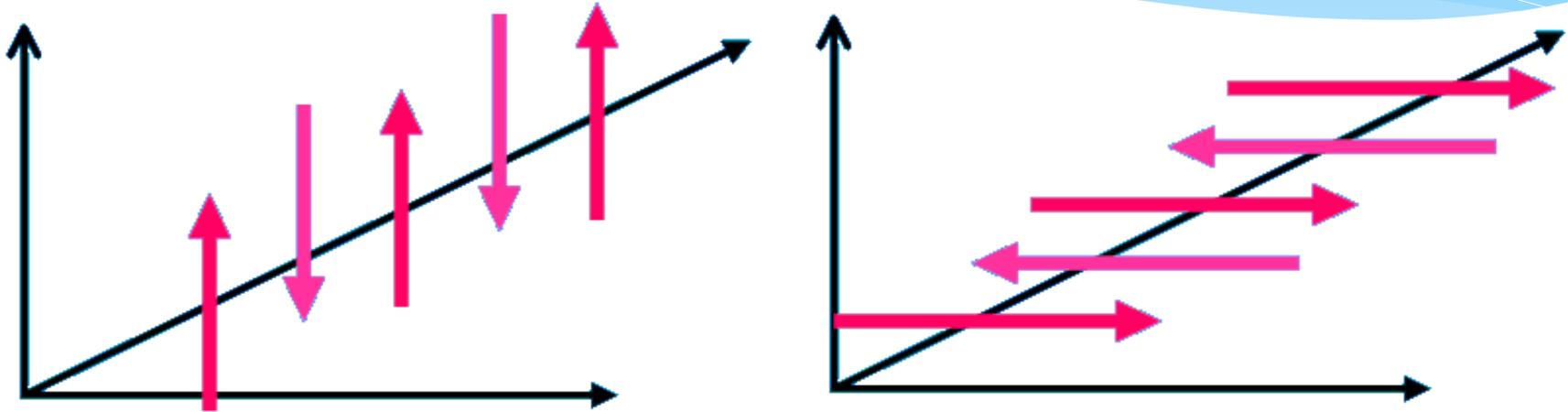
Come nella relatività speciale, anche nella relatività generale nulla può avere una velocità superiore della velocità della luce e quindi qualsiasi variazione del campo gravitazionale si propaga alla velocità della luce. Il mezzo che porta l'informazione di variazione sono le **onde gravitazionali**.

La situazione è analoga a quella del campo elettro-magnetico, le cui variazioni sono “portate” dalle onde elettromagnetiche.

Così, come ogni carica elettrica accelerata genera onde elettromagnetiche (come avviene in un'antenna, dove le cariche elettriche fanno un moto armonico e quindi accelerato), così ogni massa accelerata genera onde gravitazionali.

Ovviamente ci sono varie differenze, una di queste è che le onde generate da qualsiasi oggetto con massa e velocità “terrestri” sono estremamente deboli. La situazione migliora nel caso di onde generate da oggetti astronomici, con masse dell'ordine della massa del Sole, velocità vicine a quella della luce e densità elevatissime, come le stelle di neutroni o i buchi neri.

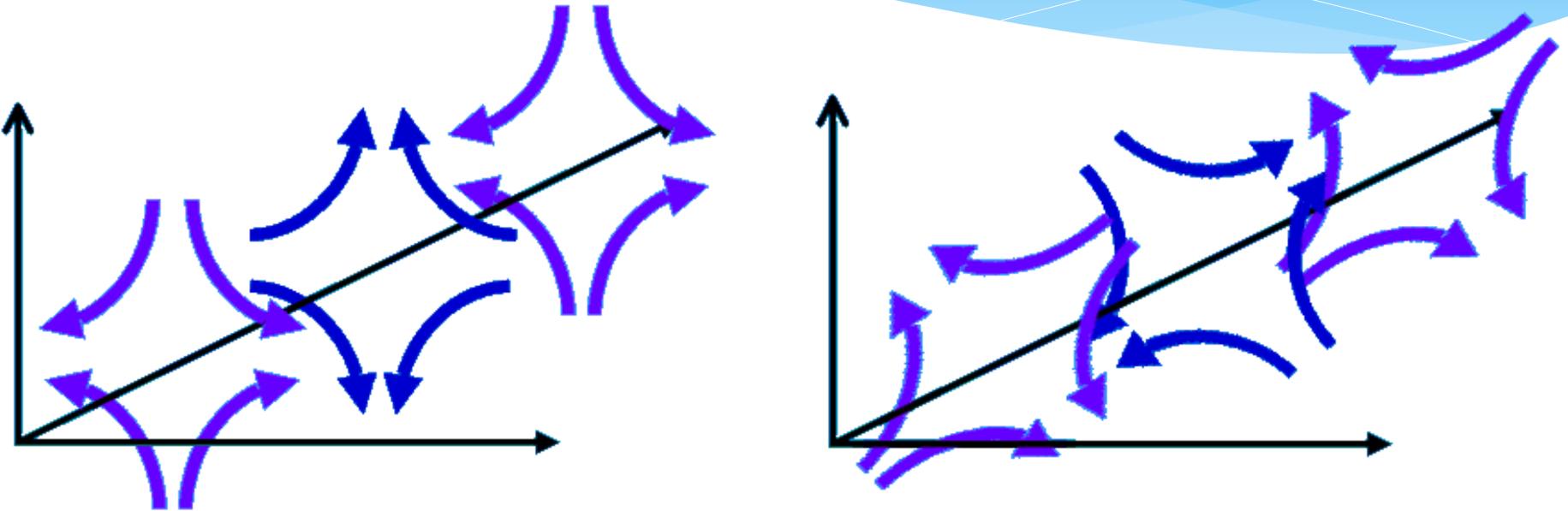
# Polarizzazione delle onde elettromagnetiche



Effetto delle onde elettro-magnetiche su di una carica elettrica.

Su questo effetto si basano le antenne per le onde radio (radio, TV, telefonini...)

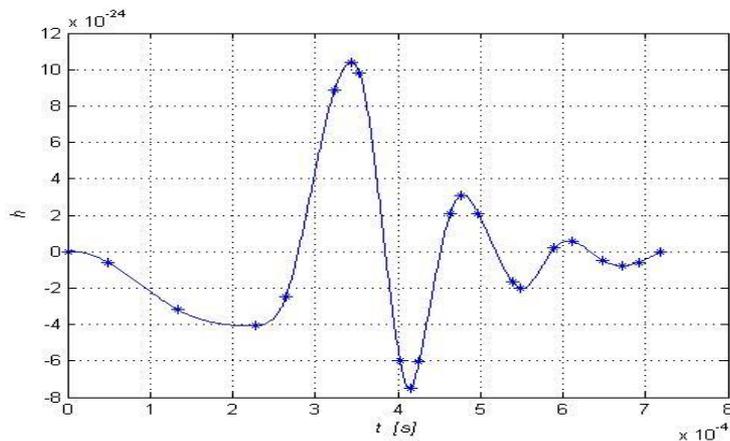
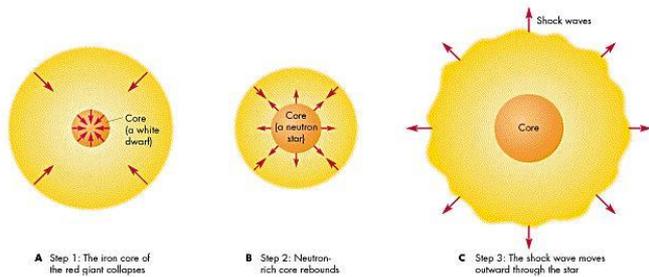
# Polarizzazione delle onde gravitazionali



Effetto delle onde gravitazionali sullo spazio in cui si propagano.

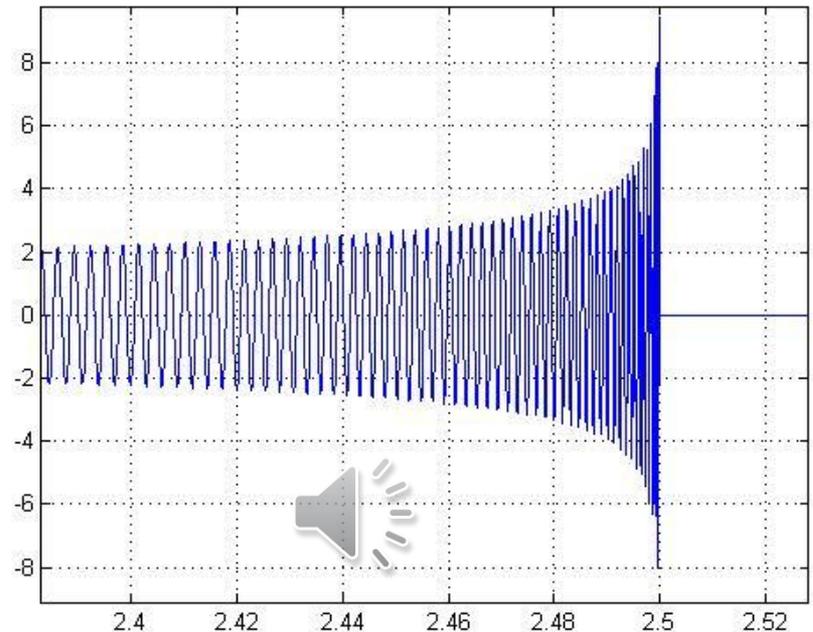
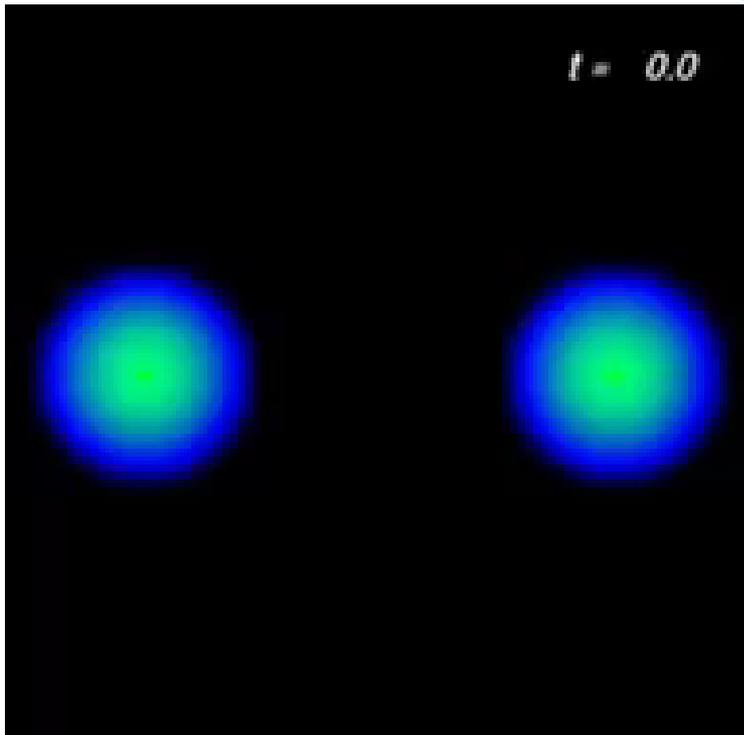
Su questo effetto si basano le antenne gravitazionali.

# Sorgenti di onde gravitazionali: impulsi da esplosioni di supernova



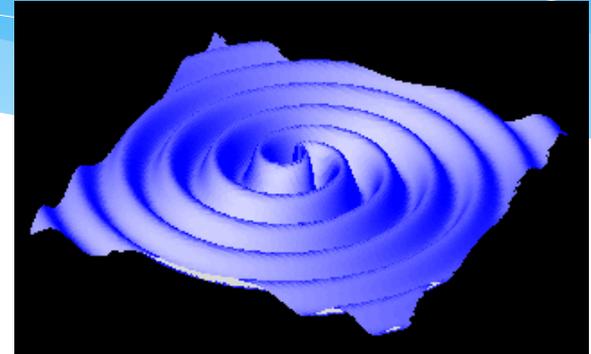
La Crab Nebula, ciò che resta da un'esplosione di supernova

# Sorgenti di onde gravitazionali: “chirp” da binarie coalescenti



# Sorgenti di onde gravitazionali: altre sorgenti

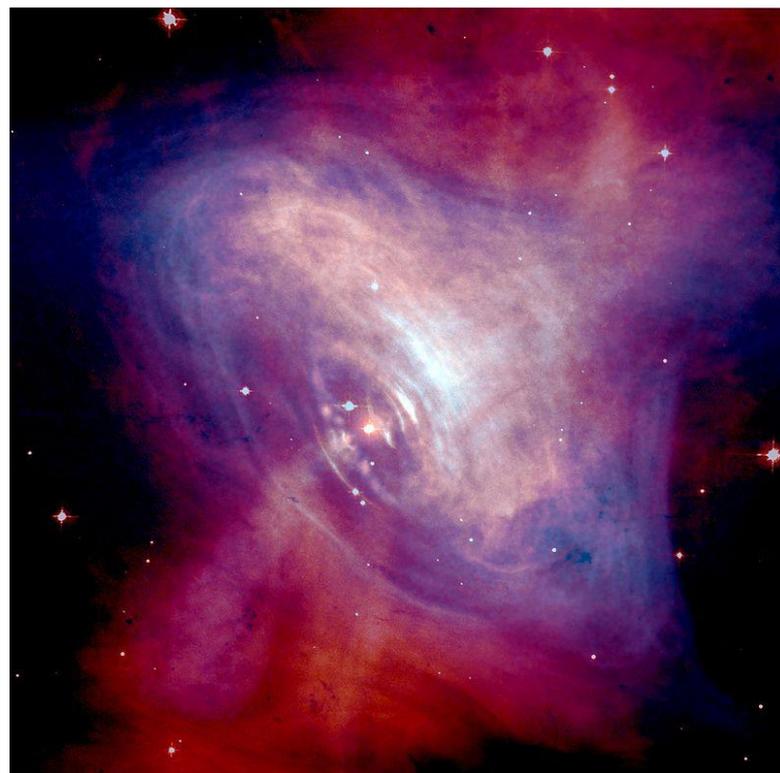
- \* Sorgenti periodiche
- \* Fondo stocastico
- \* “Pop corn” noise

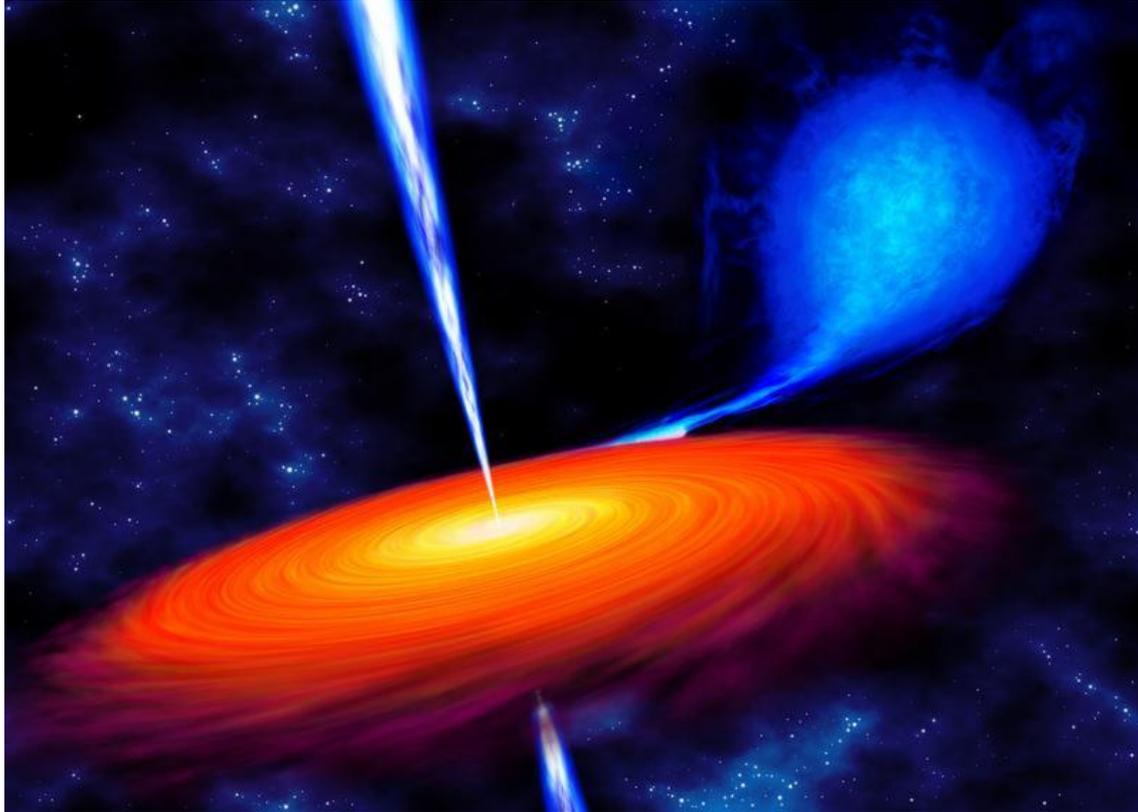


Vela pulsar



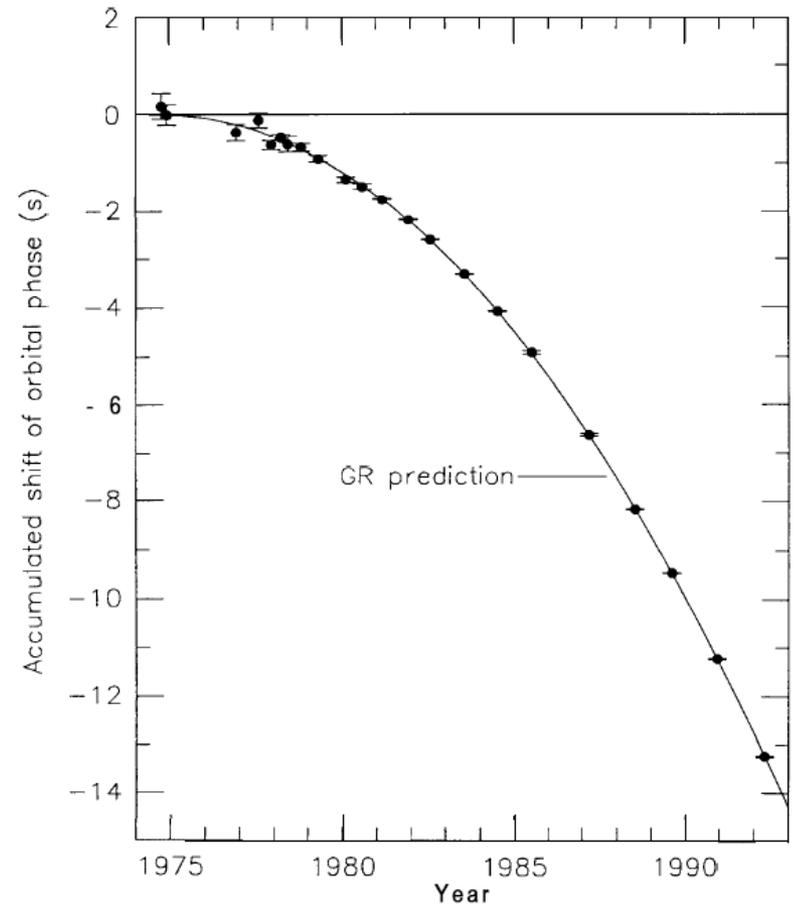
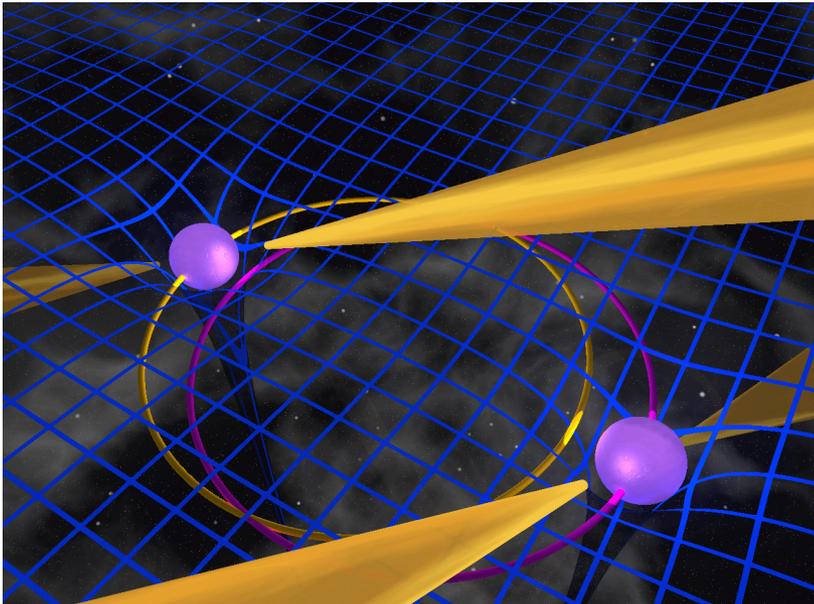
Crab pulsar





**Scorpius X1**

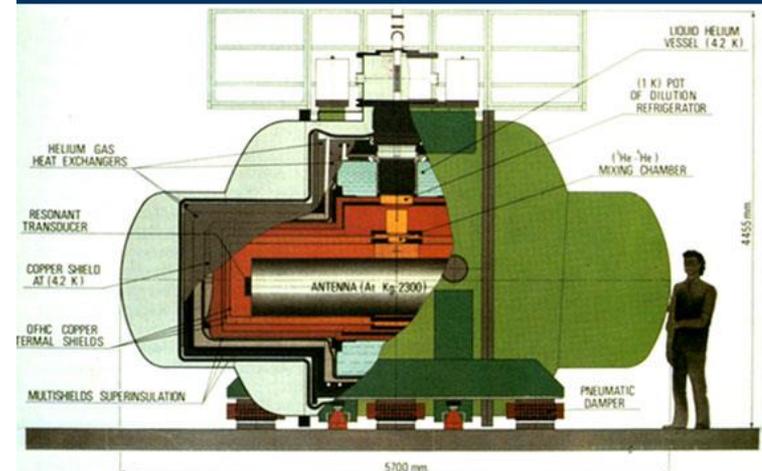
# La pulsar “di Taylor” (PSR 1913+16) premio Nobel 1993



# Joe Weber (1919-2000) e le «vecchie» antenne risonanti

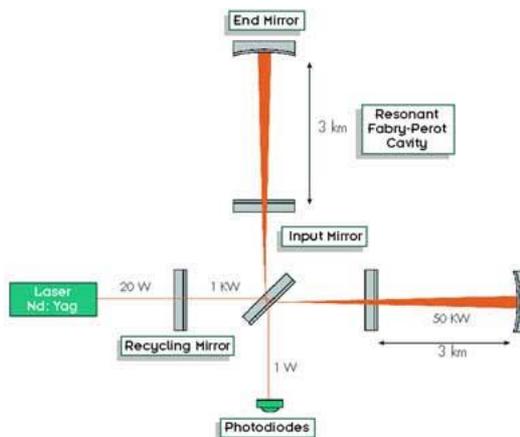
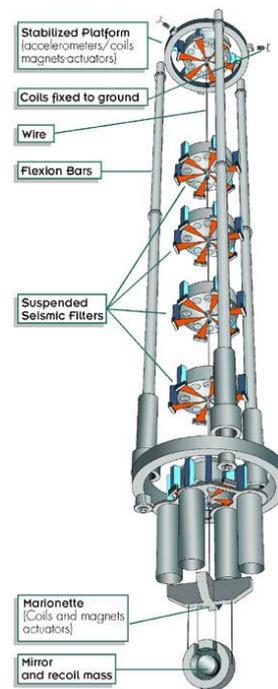


5423255 [RM] © www.visualphoto.com

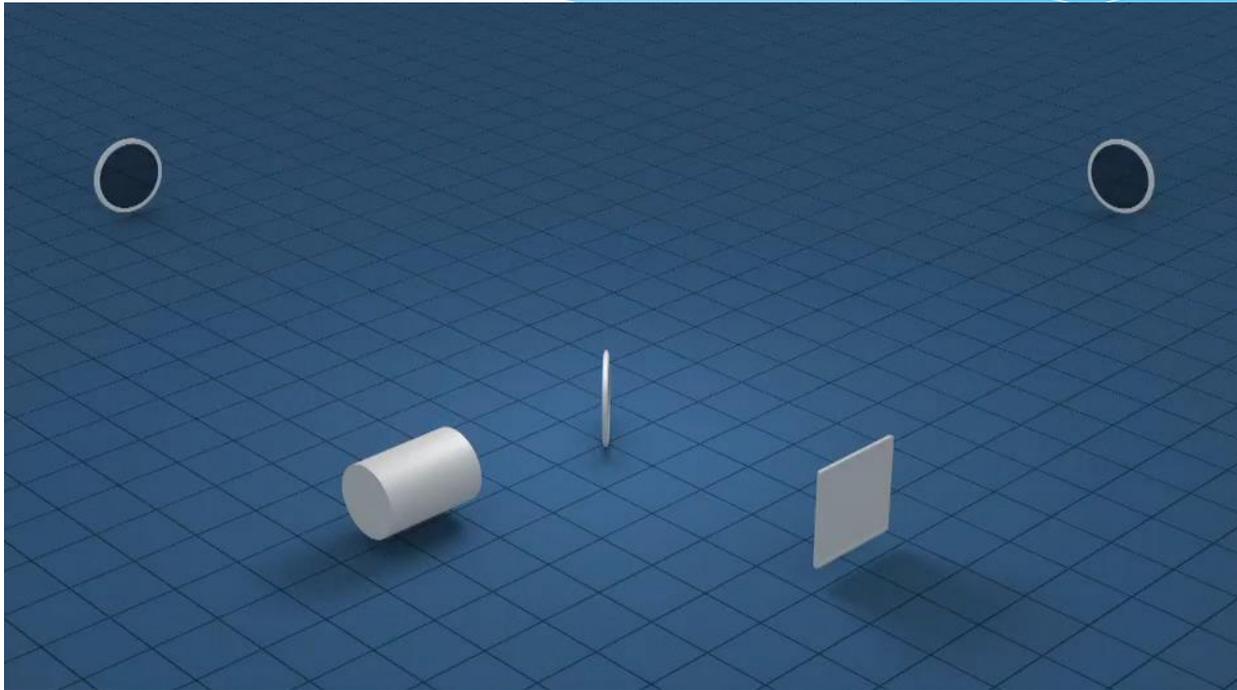


# Virgo

<http://www.ego-gw.it/virgodescription/italiano/indice.html>



# How LIGO Works



# Global GW detector network

LIGO Livingston (LA, USA): 4 km



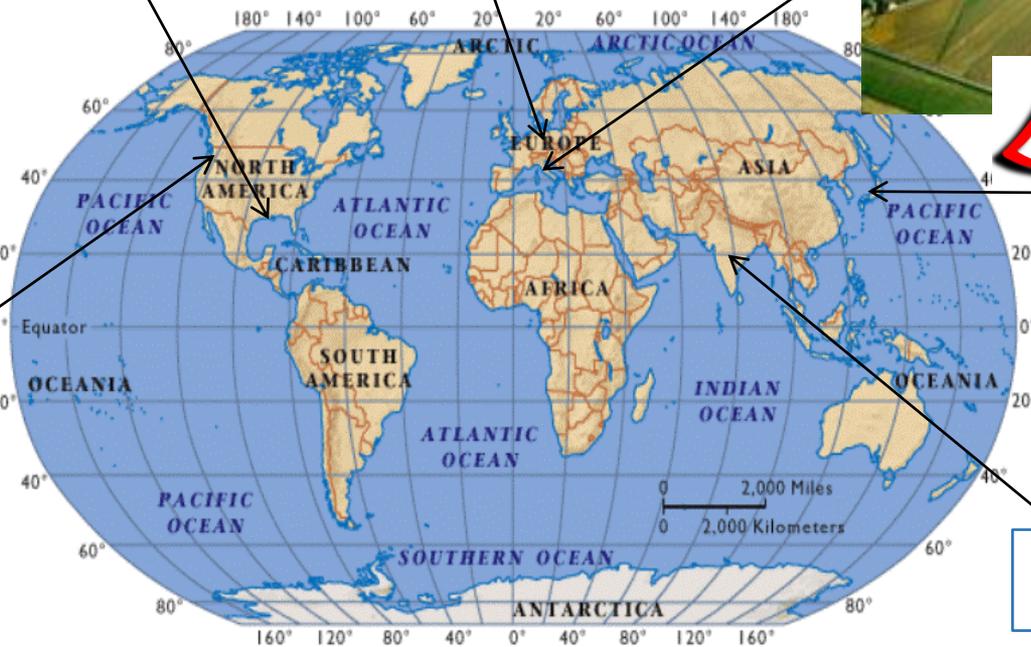
GEO600 (Hanover, GE): 600 m



VIRGO (Cascina, IT): 3 km



LIGO Hanford (WA, USA): 4 km

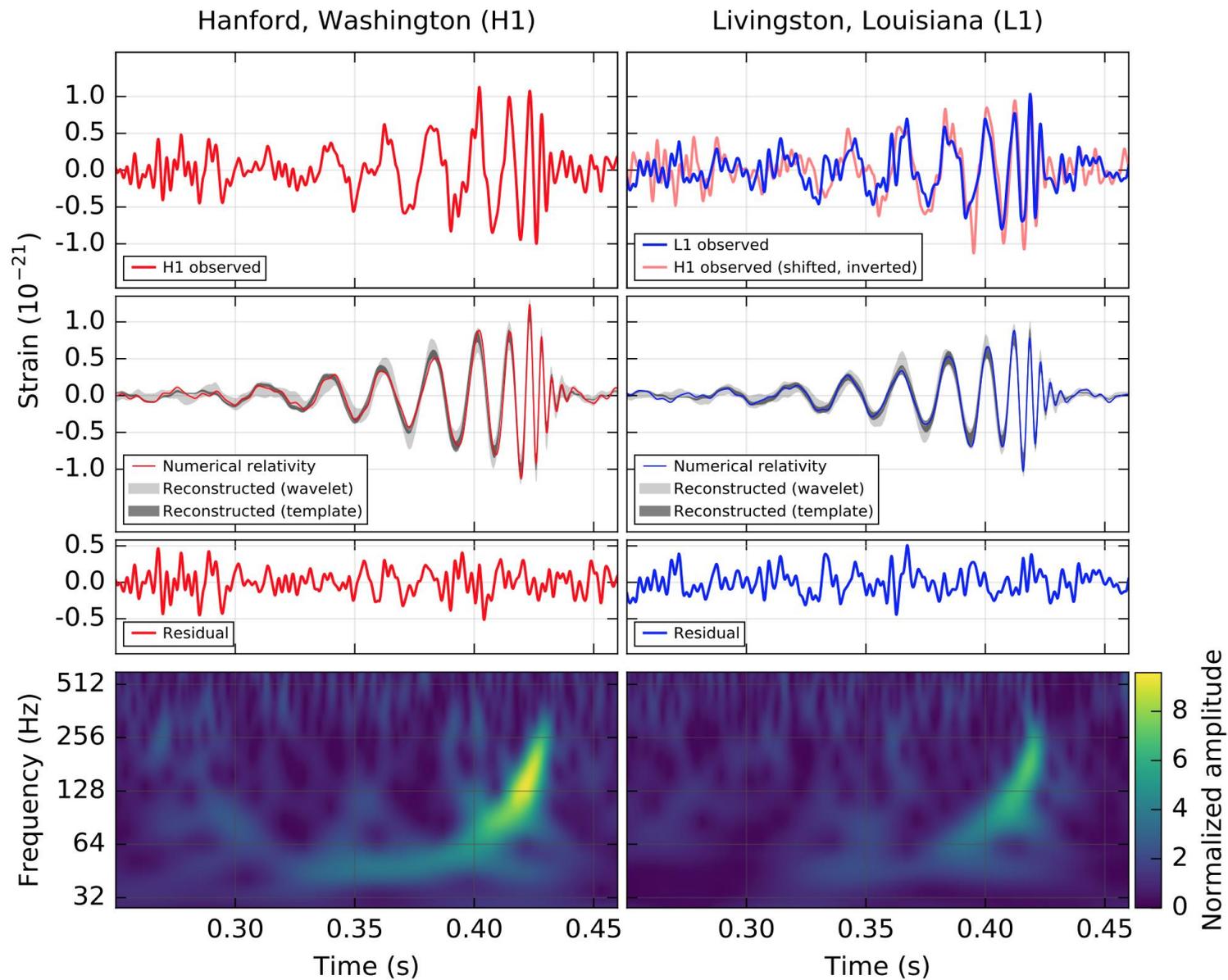


KAGRA (Hida-city, JP):  
UNDER CONSTRUCTION  
(2019+)

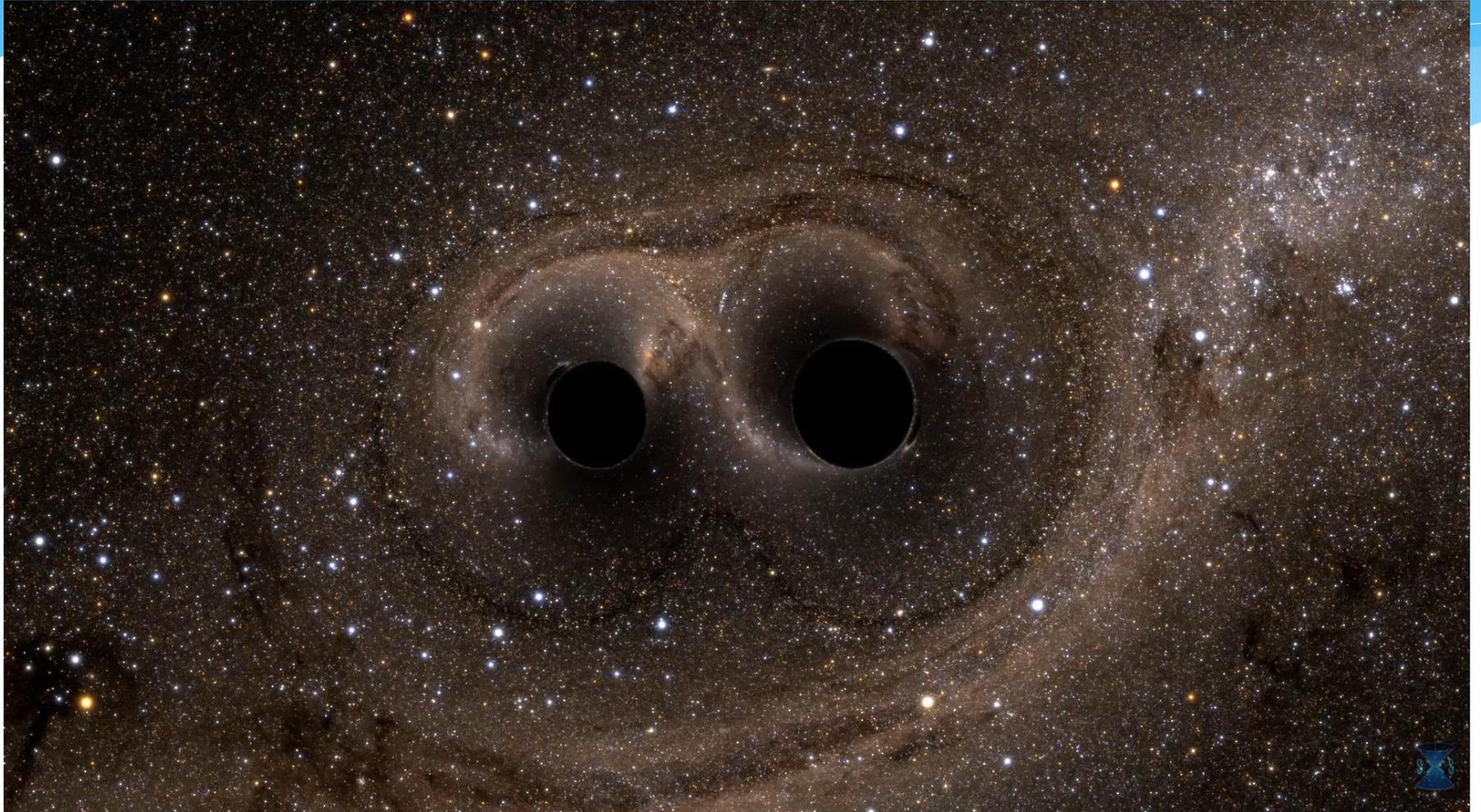
LIGO-India (IndIGO):  
PLANNED (2022+)

# Le antenne Ligo (Hanford e Livingstone)

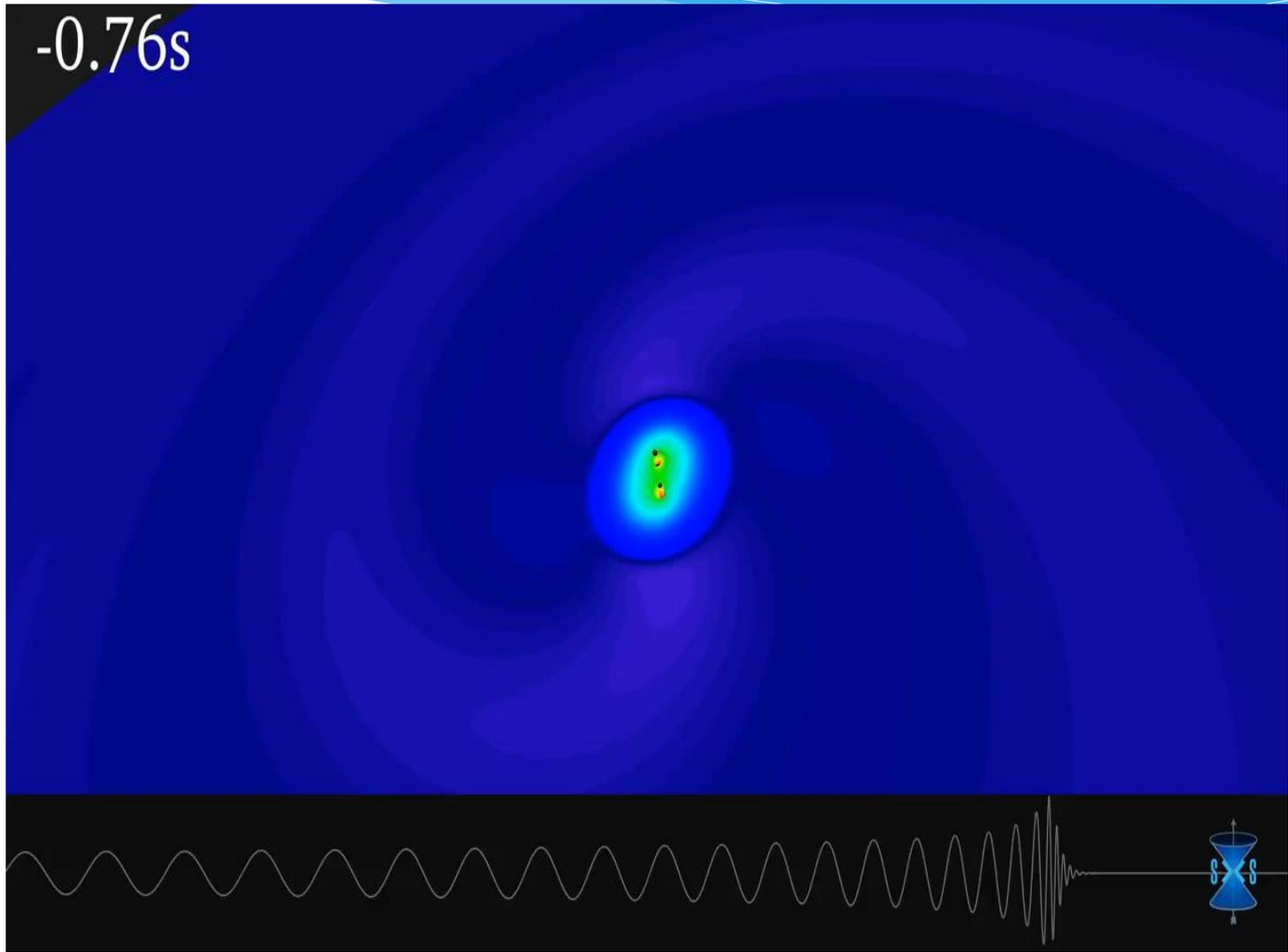




# Merging BHs



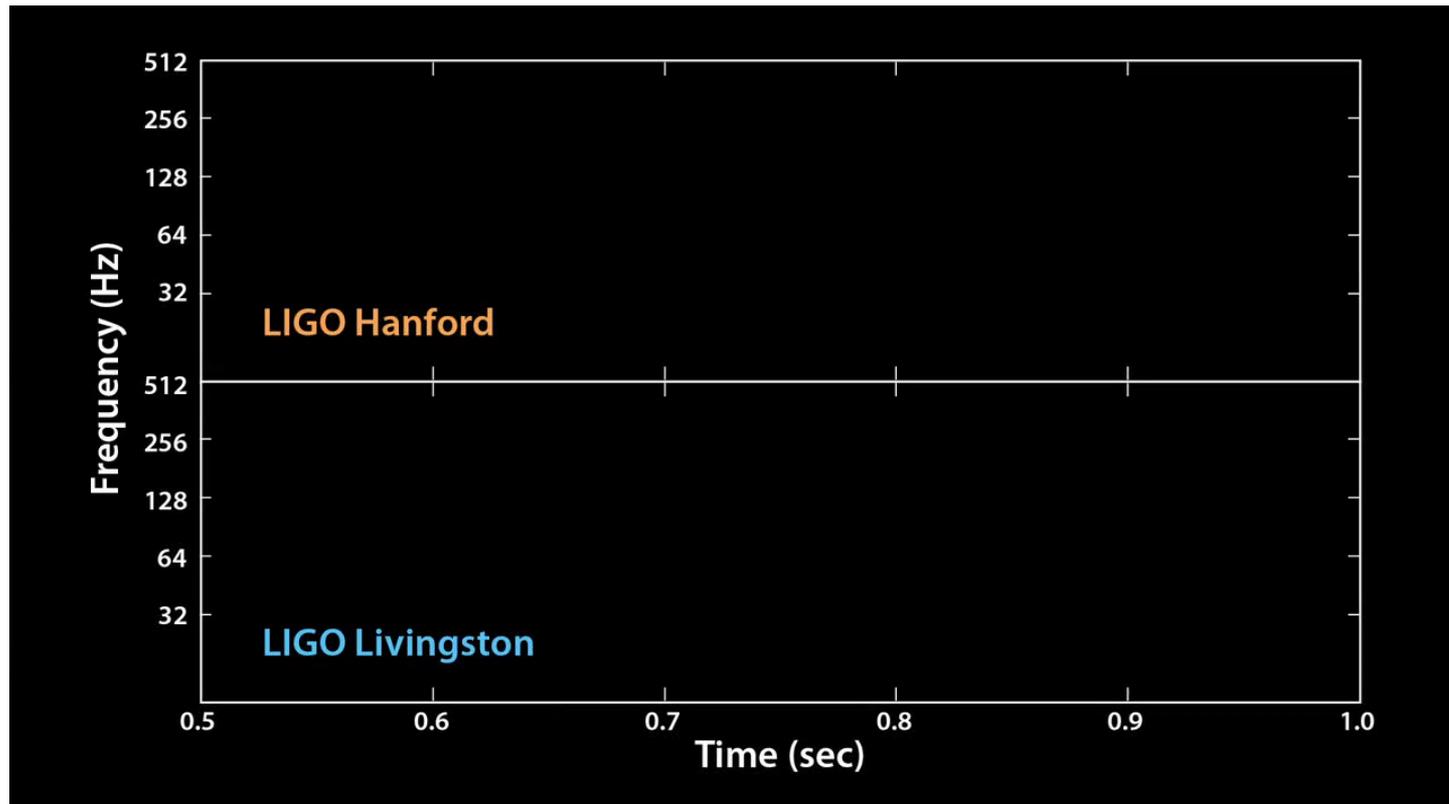
-0.76s



# What it Sounds Like

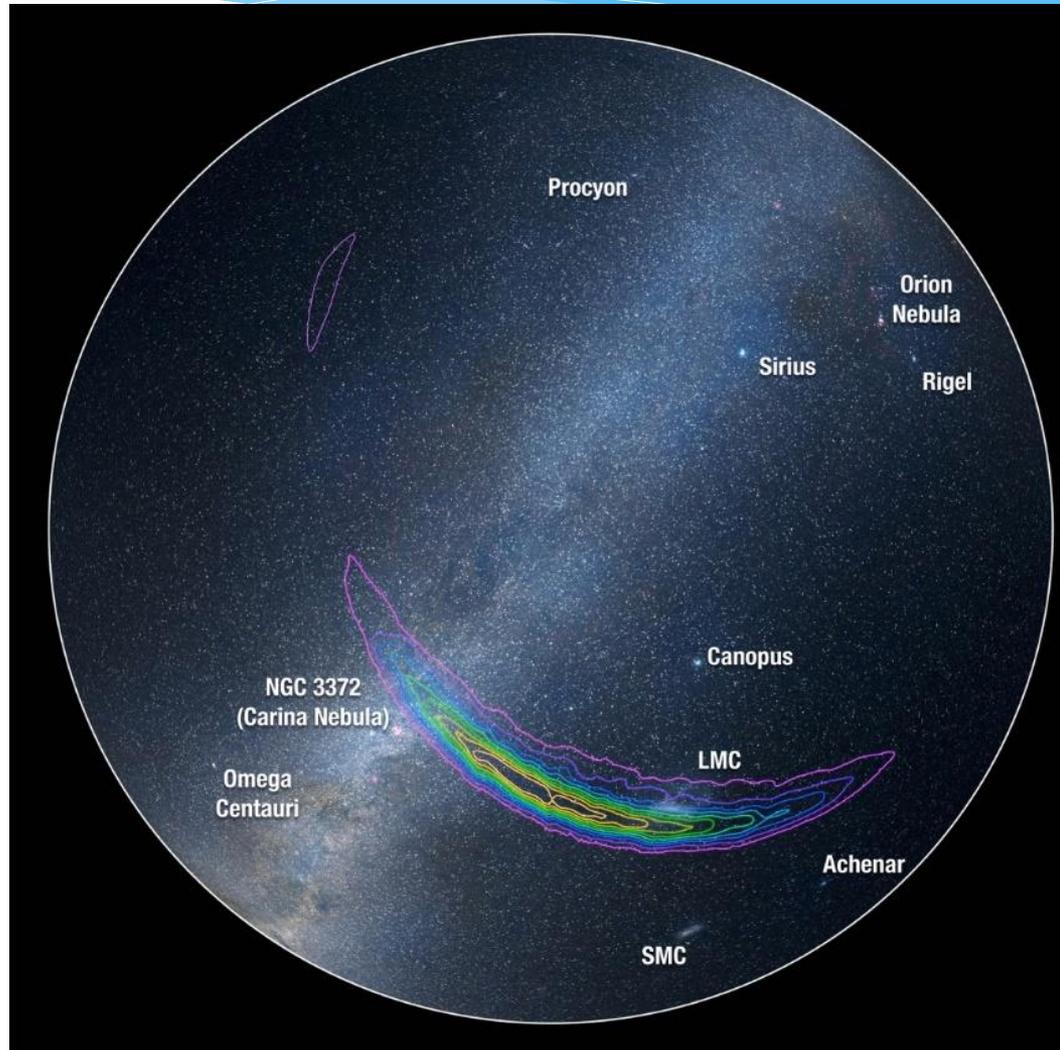


## Chirp Plot



<b>Quantity</b>	<b>Value</b>	<b>Upper/Lower error estimate</b>	<b>Unit</b>
Primary black hole mass	<b>36</b>	+5 -4	M sun
Secondary black hole mass	<b>29</b>	+4 -4	M sun
Final black hole mass	<b>62</b>	+4 -4	M sun
Final black hole spin	<b>0.67</b>	+0.05 -0.07	
Luminosity distance	<b>410</b>	+160 -180	Mpc
Source redshift, $z$	<b>0.09</b>	+0.03 -0.04	
Energy radiated	<b>3</b>	+0.5 -0.5	M sun

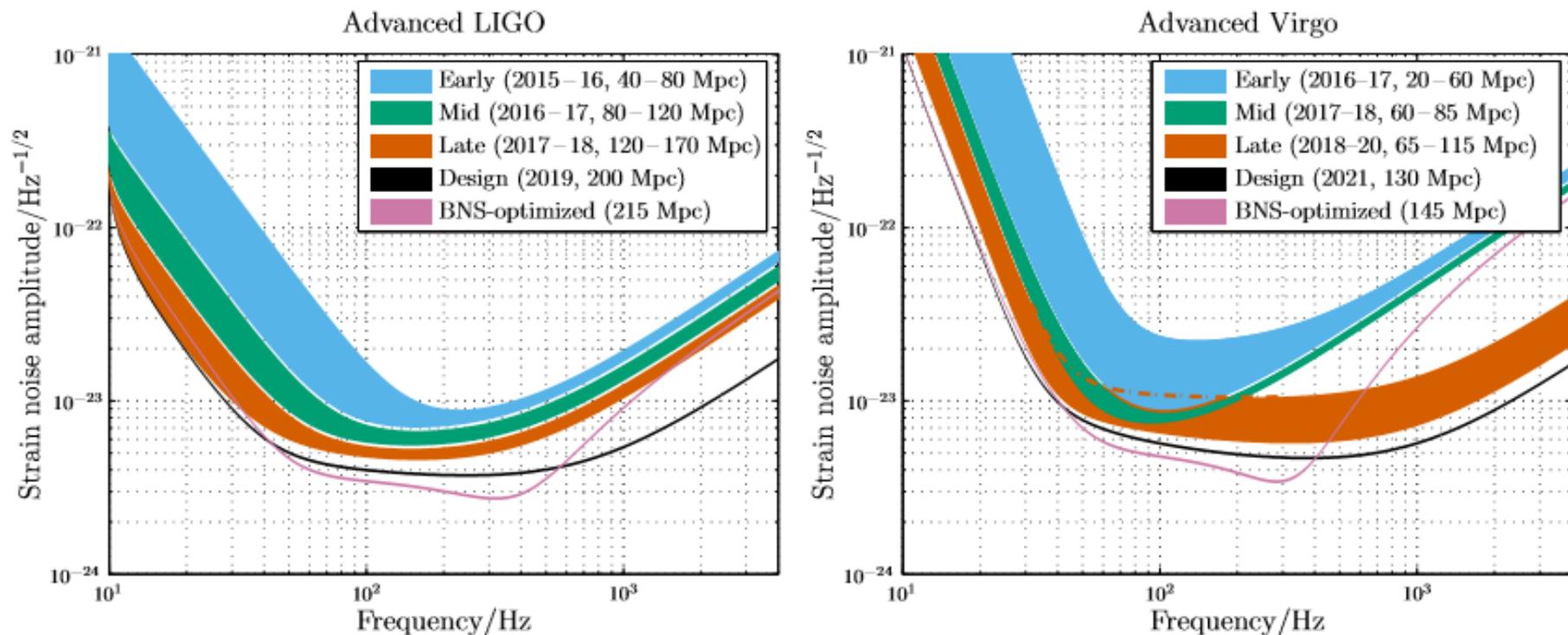
# Provenienza più probabile



# Commenti

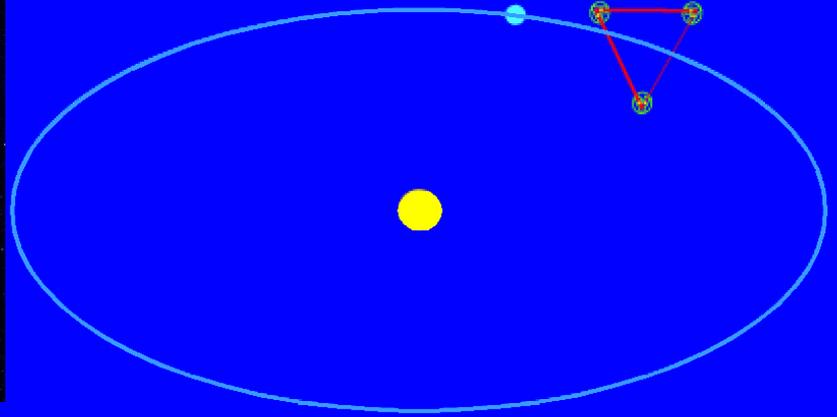
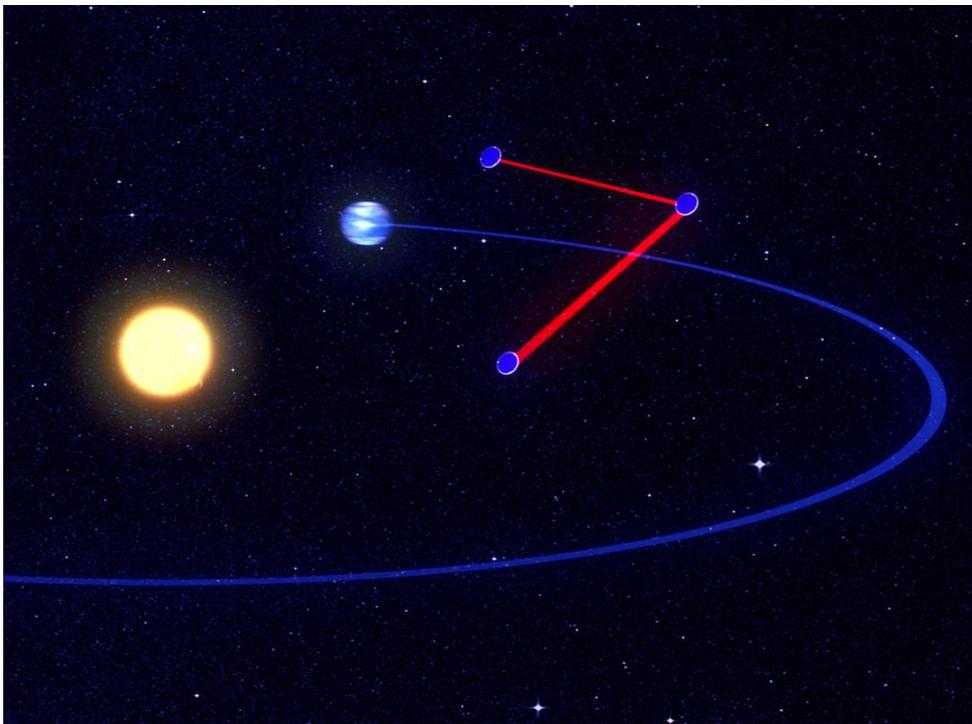
- \* Ampiezza dell'onda  $10^{-21}$ : come misurare un milionesimo di un capello ( $10^{-7}$  mm) sulla distanza tra la Terra e il Sole (150 milioni di chilometri)
- \* Energia irradiata: 3 masse solari in circa 0.1 s , equivalenti all'energia elettromagnetica irradiata da tutta la nostra Galassia in 2300 anni.
- \* Durante gli 0.1 s, la Terra è stata inondata dall'energia di questo evento più di tutte le stelle del cielo e della Luna.
- \* L'evento è avvenuto 1.3 miliardi di anni fa: sulla Terra si cominciavano a sviluppare le prime forme di vita.

# Sviluppo previsto della sensibilità



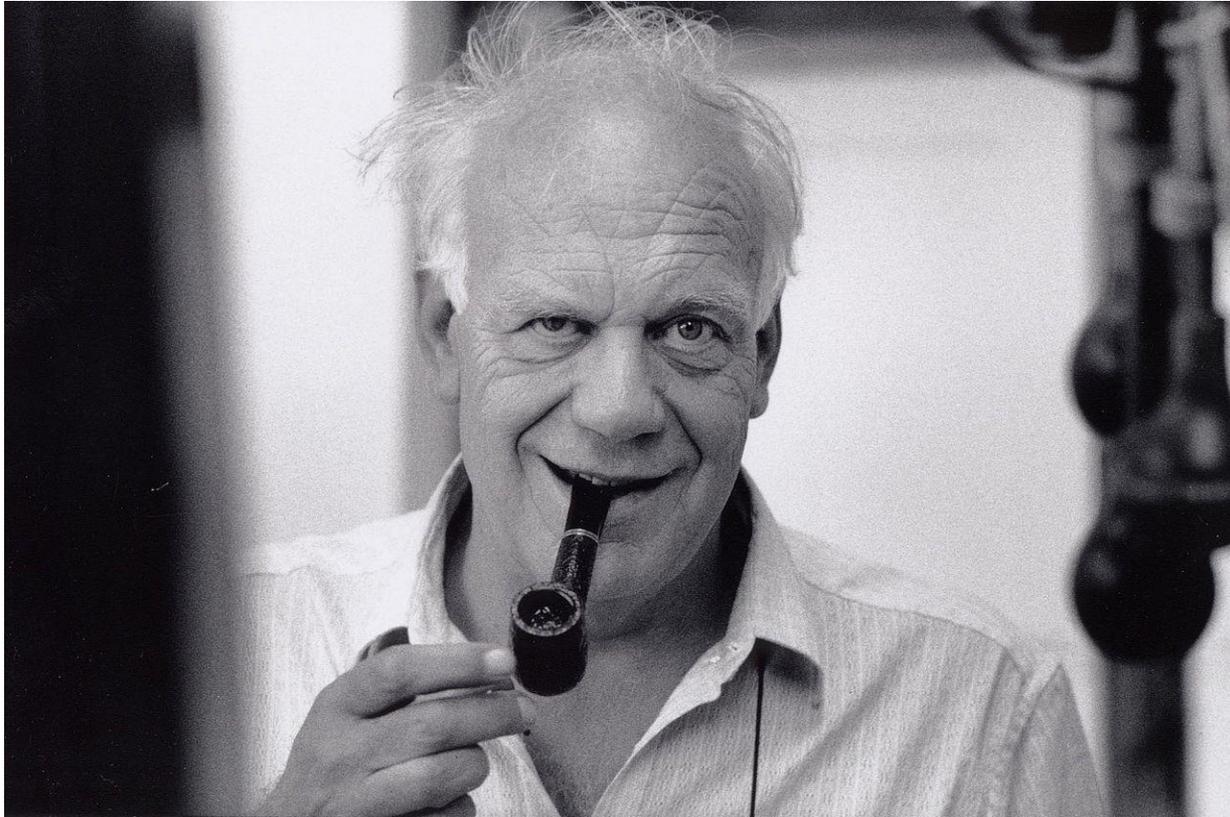
**Figure 1:** aLIGO (*left*) and AdV (*right*) target strain sensitivity as a function of frequency. The binary neutron-star (BNS) range, the average distance to which these signals could be detected, is given in megaparsec. Current notions of the progression of sensitivity are given for early, mid and late commissioning phases, as well as the final design sensitivity target and the BNS-optimized sensitivity. While both dates and sensitivity curves are subject to change, the overall progression represents our best current estimates.

# Antenne gravitazionali spaziali: LISA



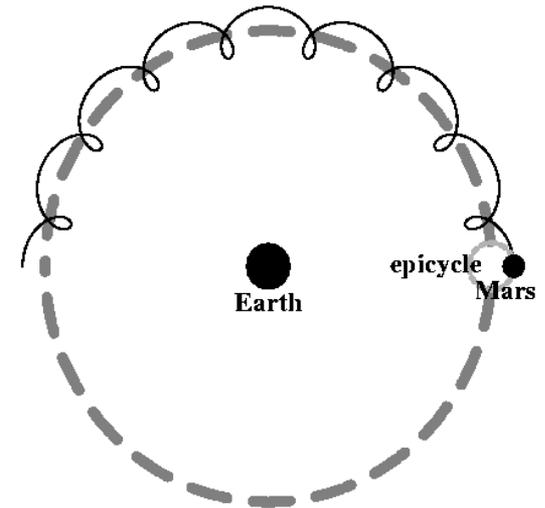
# Slide di supporto



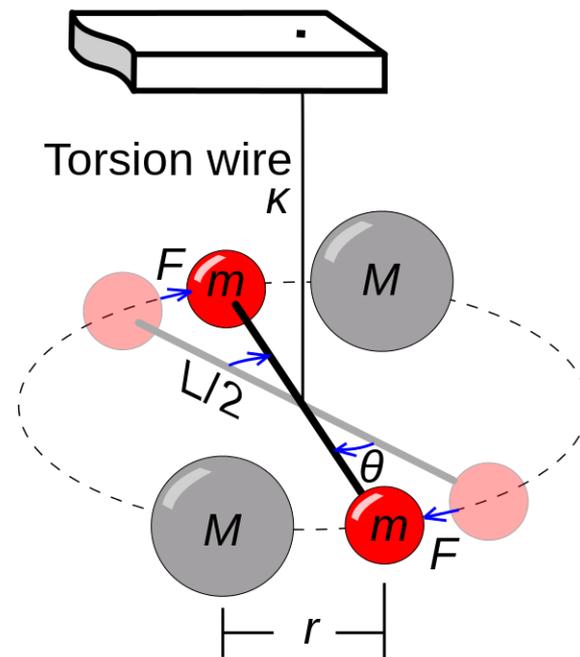


# Il moto dei pianeti

- Nel cielo distinguiamo le stelle «fisse» che apparentemente ruotano tutte insieme intorno alla Terra e i pianeti che rispetto ad esse fanno dei movimenti complessi (delle epicicloidi).
- Tolomeo (nel secondo secolo AD) aveva trovato un modo per rappresentare (e prevedere) questo moto.
- Copernico (nel XVI secolo) aveva mostrato che se i moti dei pianeti si riferivano al Sole, questi seguivano semplicemente delle circonferenze incentrate nel Sole (come già proposto da Aristarco di Samo nel III sec. aC)
- Successivamente Keplero, sulla base delle precise misurazioni di Tycho Brahe, perfezionò la teoria.



# Bilancia di torsione



# Il diavoletto di Laplace

*«Possiamo considerare lo stato attuale dell'universo come l'effetto del suo passato e la causa del suo futuro. Un intelletto che ad un determinato istante dovesse conoscere tutte le forze che mettono in moto la natura, e tutte le posizioni di tutti gli oggetti di cui la natura è composta, se questo intelletto fosse inoltre sufficientemente ampio da sottoporre questi dati ad analisi, esso racchiuderebbe in un'unica formula i movimenti dei corpi più grandi dell'universo e quelli degli atomi più piccoli; per un tale intelletto nulla sarebbe incerto ed il futuro proprio come il passato sarebbe evidente davanti ai suoi occhi.»*

# Poincaré e i limiti del metodo analitico (fine dell'800)



1854-1912

- \* In seguito questa posizione è stata sostanzialmente abbandonata, sia per lo sviluppo della teoria del caos deterministico (sviluppata dagli studi di Poincaré sul «problema dei tre corpi»), sia per lo sviluppo della meccanica quantistica.
- \* Già ai tempi di Laplace era comunque chiaro che ci fossero dei limiti alla precisione delle misure e quindi alla precisione dei calcoli su queste basate. Ma si tendeva a dare un valore assoluto alle «verità scientifiche».

# Ma cosa è cambiato ?

## qualche spunto di discussione

- \* L'uomo sin dalla preistoria ha sempre cercato di organizzare teoricamente le proprie esperienze per controllare e prevedere i fenomeni naturali. Questa è la base della conoscenza.
- \* Nel far ciò ha sviluppato una razionalità e si è costruito degli assoluti («la verità»), che non sempre gli sono tornati utili: spesso si è dovuto disfare delle proprie verità, cambiare la visione del mondo e di se stesso.
- \* Una conoscenza basata su **esperimenti ripetibili** è verificabile e quindi più facilmente condivisibile.
- \* Si è passati da una conoscenza puramente razionale, a una conoscenza rivelata, a una conoscenza «da scoprire».
- \* Ma sembra che la conoscenza sia da costruire, senza verità assolute (almeno per ora...) da scoprire, ma equazioni («leggi») adeguate alle sempre più precise misure ottenibili con una migliore tecnologia.

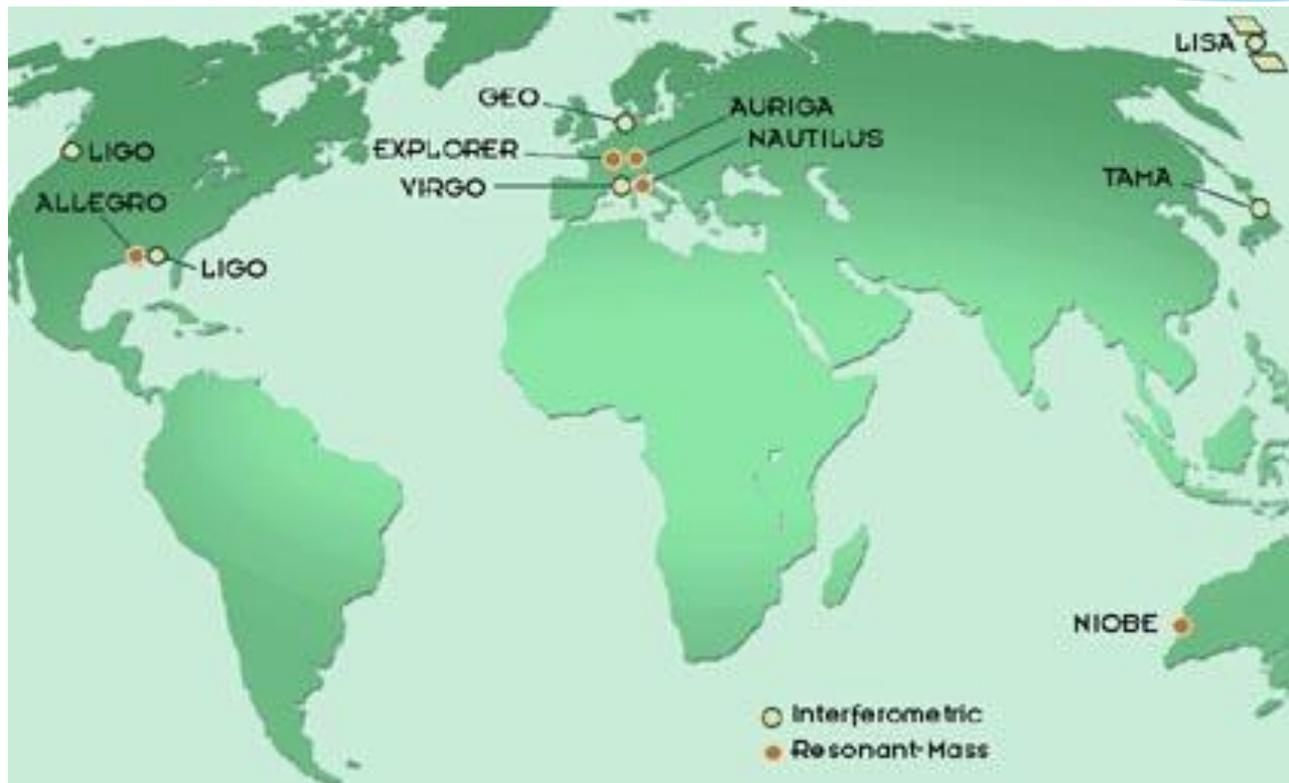
# La scienza sperimentale e la matematica (spunti)

- \* La matematica è lo strumento fondamentale per interpretare dati ed elaborare teorie.
- \* È straordinario come tanti strumenti matematici nati per altri scopi, a volte «oziosi», si siano poi rivelati utili per la fisica (o altre scienze).
- \* Altri concetti, fondamentali per la matematica, non lo sono per la fisica: esempio i numeri reali, o l'infinito. Le misure fisiche non sono in genere numeri precisi, ma intervalli di valori. I punti e le rette non esistono in fisica. La somma degli angoli interni a un triangolo non è 180 gradi...
- \* Si potrebbe dire che la matematica è l'unica scienza esatta, ma da sola non ci dice molto sul mondo.

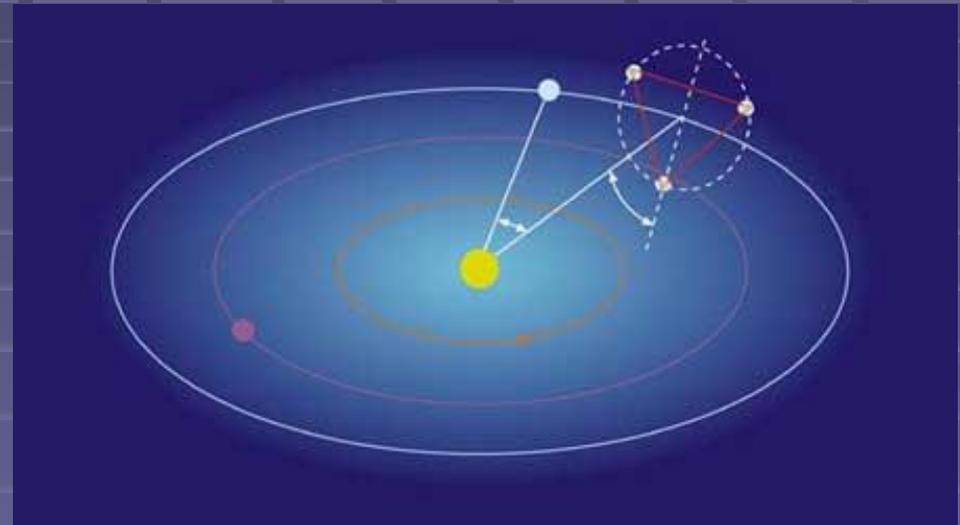
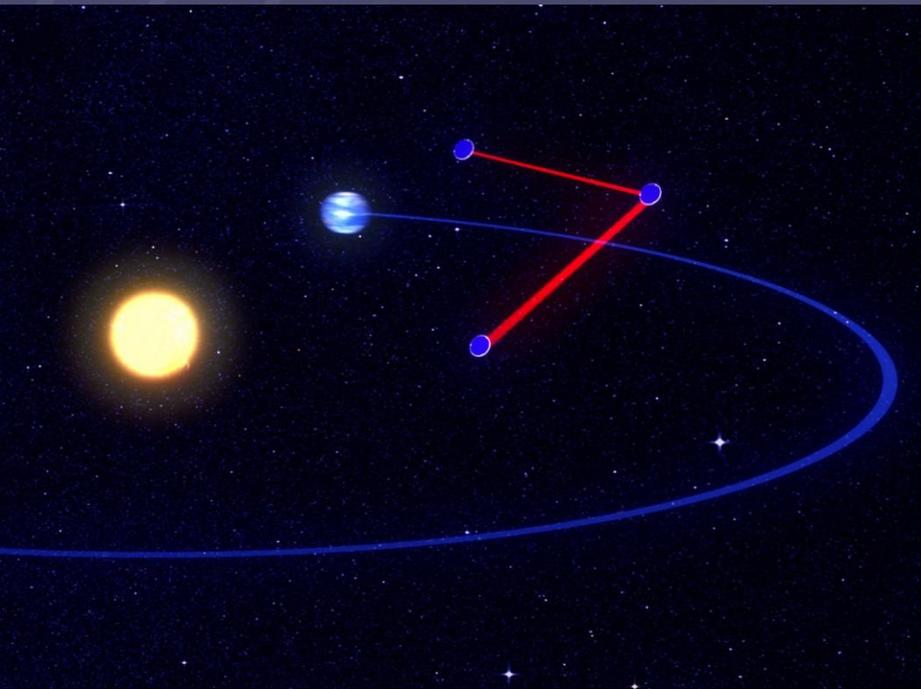
# La Scienza (spunti)

- \* Non ci sono «verità scientifiche», c'è un metodo scientifico, basato su esperimenti ed elaborazione di teorie, che ci ha fatto capire tante cose su come funziona il mondo e ci ha fornito una tecnologia potentissima.
- \* Ci ha anche fornito un senso critico con cui «valutare» eventuali «verità».
- \* La necessità dell'uomo di «assoluti» può far sì che le attuali conoscenze o anche l'attuale metodo scientifico diventi per molti un «assoluto», a detrimento di altri possibili sviluppi.

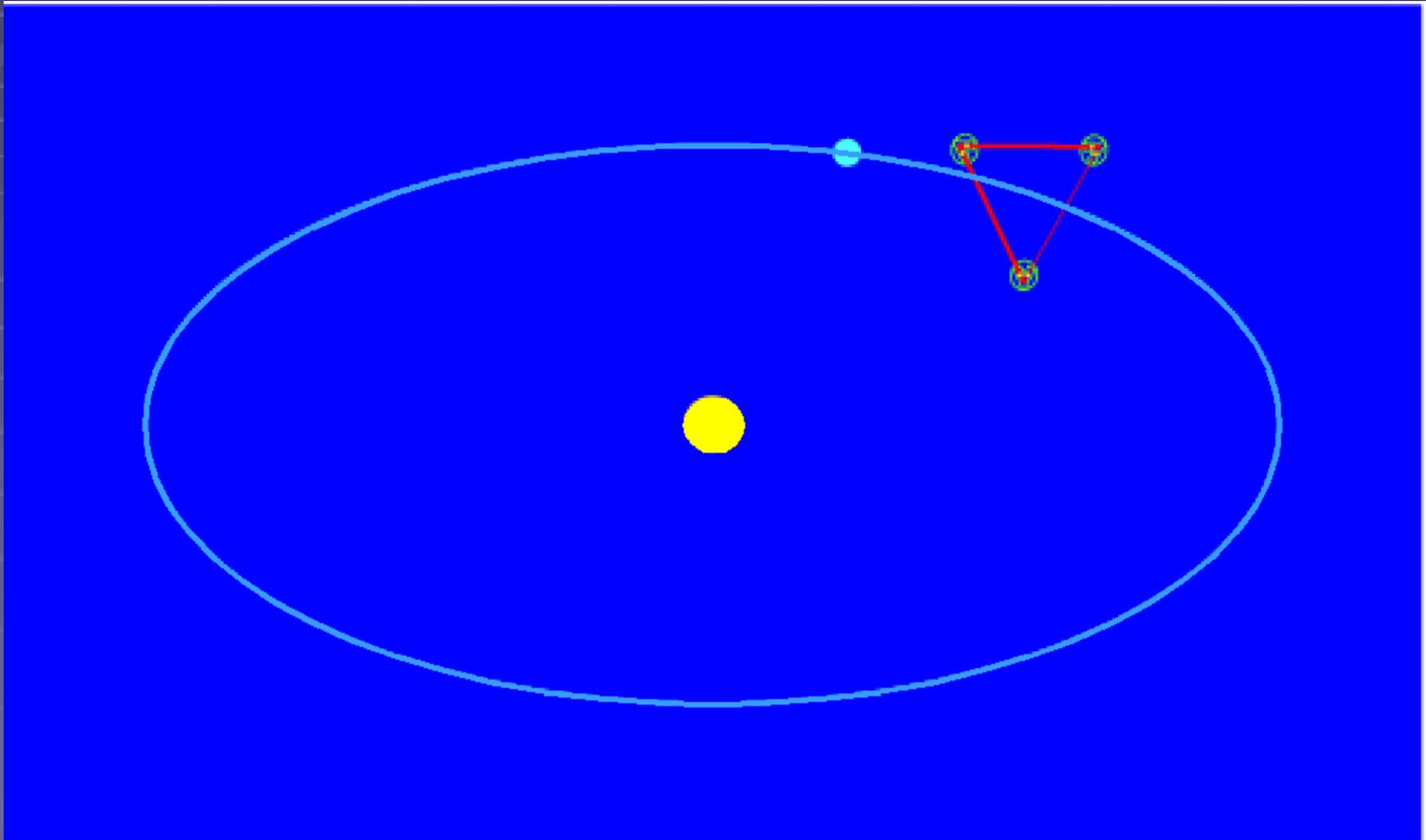
# Le altre



# Antenne gravitazionali spaziali: LISA



# LISA - animazione

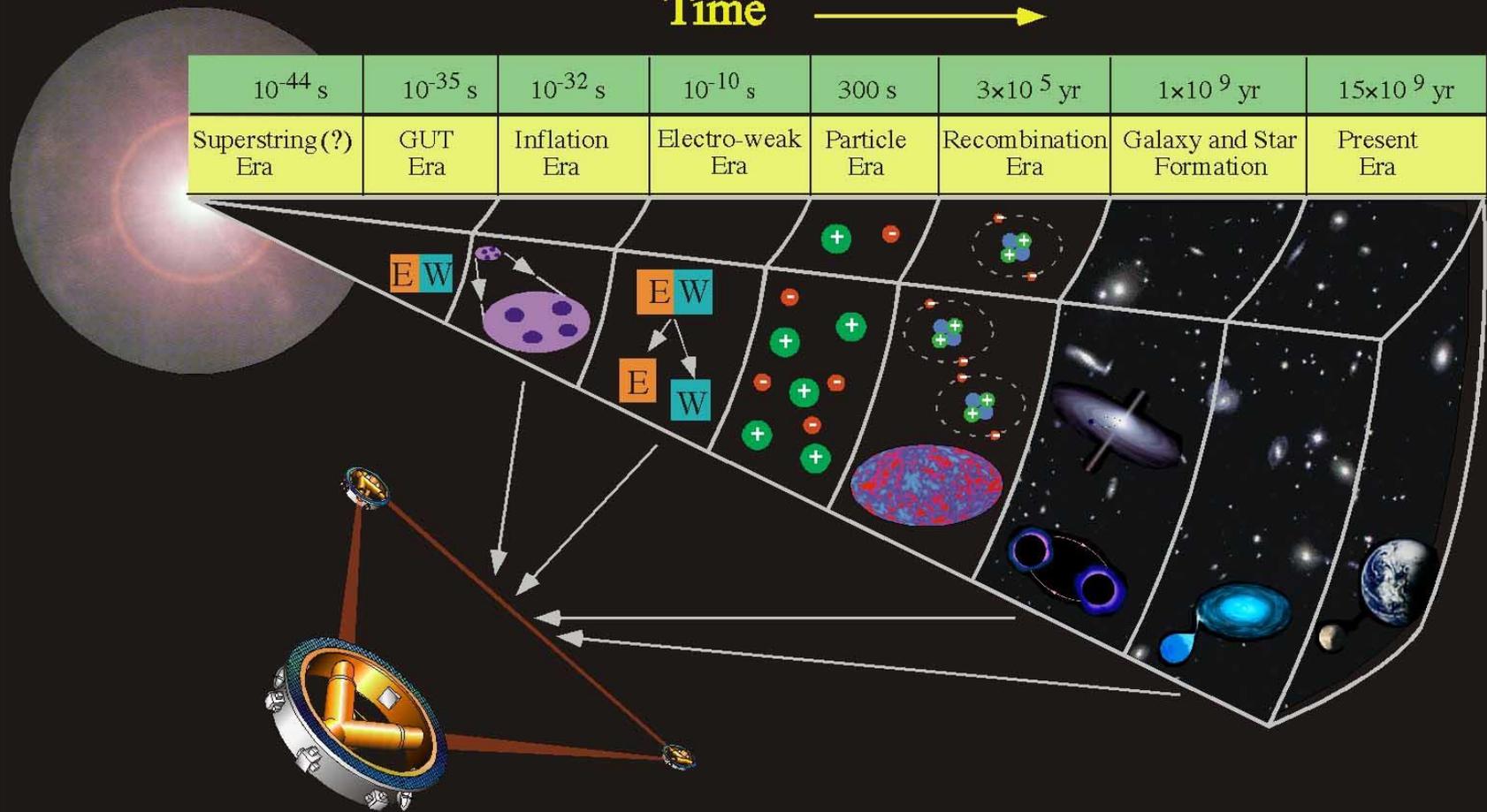


# Sorgenti rivelabili da LISA

Big Bang

Time →

$10^{-44}$ s	$10^{-35}$ s	$10^{-32}$ s	$10^{-10}$ s	300 s	$3 \times 10^5$ yr	$1 \times 10^9$ yr	$15 \times 10^9$ yr
Superstring (?) Era	GUT Era	Inflation Era	Electro-weak Era	Particle Era	Recombination Era	Galaxy and Star Formation	Present Era



# Dal programma del corso di matematica di Galilei a Pisa

- \* Il metodo che seguiremo sarà quello di far dipendere quel che si dice da quel che si è detto, senza mai supporre come vero quello che si deve spiegare. Questo metodo me l'hanno insegnato i miei matematici, mentre non è abbastanza osservato da certi filosofi quando insegnano elementi fisici... Per conseguenza quelli che imparano, non fanno mai le cose dalle loro cause, ma le credono solamente per fede, cioè perché le ha dette Aristotele. Se poi sarà vero quello che ha detto Aristotele, sono pochi quelli che indagano; basta loro essere ritenuti più dotti perché hanno per le mani maggior numero di testi aristotelici[...] che una tesi sia contraria all'opinione di molti, non m'importa affatto, purché corrisponda alla esperienza e alla ragione.
- \* Nel Saggiatore, Galileo scrisse infatti la celebre metafora secondo la quale «la filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo)»<sup>[</sup>

# Termini dell'equazione di Einstein

- $R_{\mu\nu}$  è il tensore di curvatura di Ricci;
- $R$  la curvatura scalare, ossia la traccia di  $R_{\mu\nu}$ ;
- $g_{\mu\nu}$  il tensore metrico;
- $\Lambda$  la costante cosmologica;
- $T_{\mu\nu}$  il tensore stress-energia;
- $c$  la velocità della luce;
- $G$  la costante di gravitazione universale.

# L'analisi tensoriale

Gauss, Riemann, Ricci Curvatura e Levi Civita

# Einstein e la Relatività Generale

## nuova teoria della gravitazione



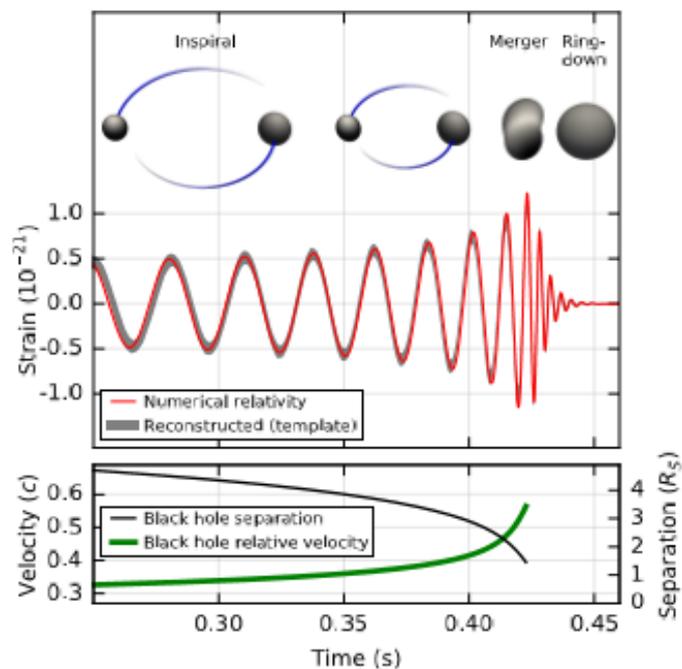


FIG. 2. *Top:* Estimated gravitational-wave strain amplitude from GW150914 projected onto H1. This shows the full bandwidth of the waveforms, without the filtering used for Fig. 1. The inset images show numerical-relativity models of the black hole horizons as the black holes coalesce. *Bottom:* The Keplerian effective black hole separation in units of Schwarzschild radii ( $R_S = 2GM/c^2$ ) and the effective relative velocity given by the post-Newtonian parameter  $v/c = (GM\pi f/c^3)^{1/3}$ , where  $f$  is the gravitational-wave frequency calculated with numerical relativity and  $M$  is the total mass (value from Table I).